

THESES

PRESENTEES A LA FACULTE DES
SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE
NANCY POUR OBTENIR LE GRADE DE
DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES
Mention SCIENCES APPLIQUEES

Par JACQUES BORDET
Ingénieur des Arts et Manufactures

Premier Sujet

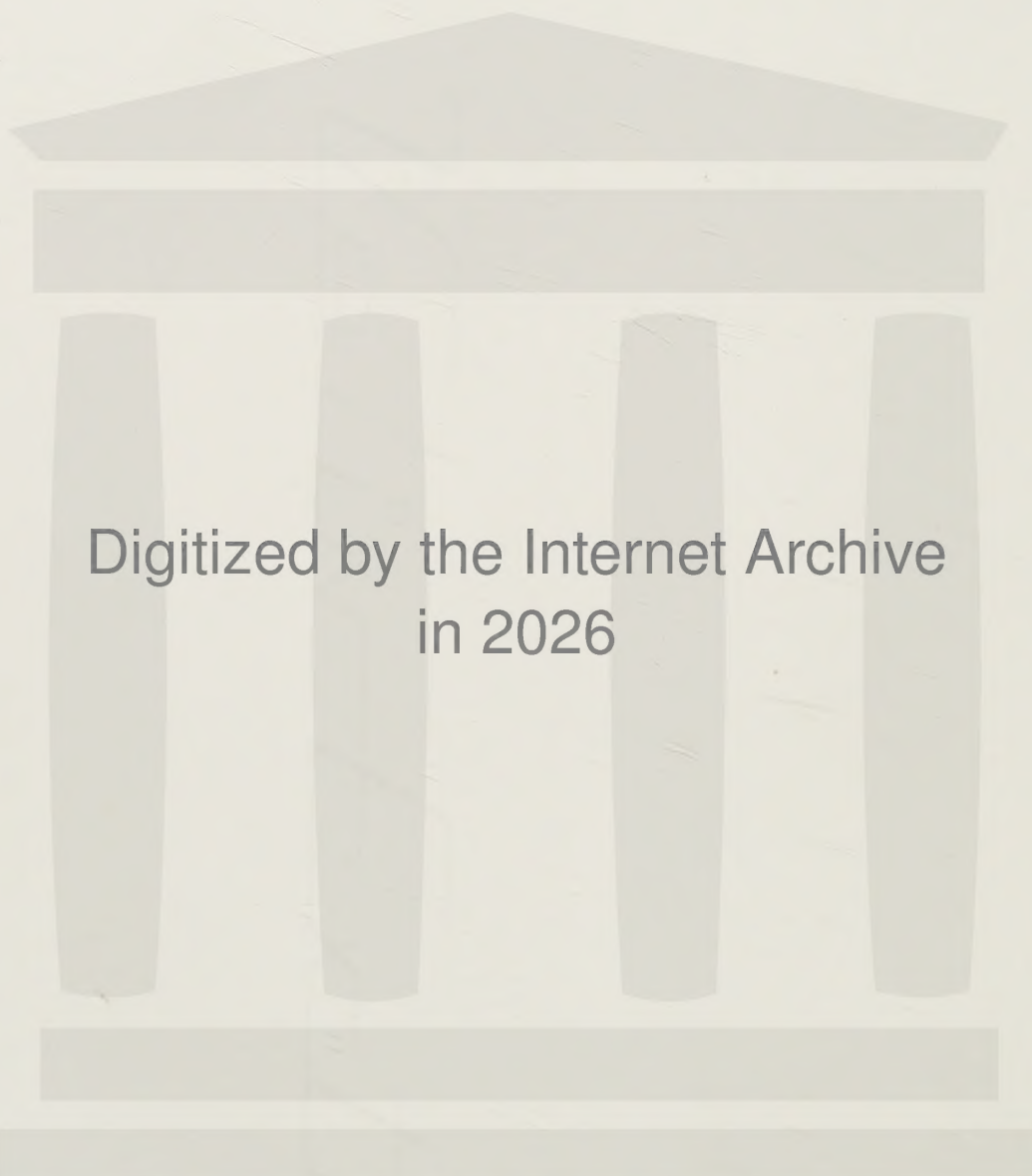
MESURES STATISTIQUES DE LA VITESSE
ET DE LA CONCENTRATION DE GRAINS FLUIDISES PAR UN LIQUIDE
RELATION AVEC LE TRANSFERT DE MATIERE

Deuxième Sujet

PROPOSITION DE LA FACULTE

SOUTENUES LE 1970, DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN

M. P. LE GOFF	Président
M. J. GOSSE	Examineurs
M. J. VILLERMAUX	



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41551920_0008

THESES

PRESENTEES A LA FACULTE DES
SCIENCES DE L'UNIVERSITE DE
NANCY POUR OBTENIR LE GRADE DE
DOCTEUR ES SCIENCES PHYSIQUES
Mention **SCIENCES APPLIQUEES**

Par **JACQUES BORDET**

Ingénieur des Arts et Manufactures

Premier Sujet

**MESURES STATISTIQUES DE LA VITESSE
ET DE LA CONCENTRATION DE GRAINS FLUIDISES PAR UN LIQUIDE
RELATION AVEC LE TRANSFERT DE MATIERE**

Deuxième Sujet

PROPOSITION DE LA FACULTE

SOUTENUES LE

1970, DEVANT LA COMMISSION D'EXAMEN

M. P. LE GOFF

Président

M. J. GOSSE

M. J. VILLERMAUX

Examineurs



ANNEE SCOLAIRE 1969/70

DOYEN : M. AUBRYASSESEUR : M. GAYDoyens honoraires : MM. CORNUBERT - ROUBAULTProfesseurs honoraires : MM. RAYBAUD - LAFFITTE - LERAY - JOLY - LAPORTE - EICHBORN - CAPELLE - GODEMENT - DUBREIL - L. SCHWARTZ - DIEUDONNE - LONG-CHAMBON - LETORT - DODE - GAUTHIER - GOUDET - OLMER - CORNUBERT - CHAPELLE - GUERIN - WAHLMaîtres de Conférences honoraires : MM. LIENHART - PIERRET - M^{le} MATHIEUPROFESSEURS

MM. ROUBAULT	Géologie	GAYET	Physiologie
VEILLET	Biologie Animale	HADNI	Physique
BARRIOL	Chimie Théorique	*BASTICK	Chimie
BIZETTE	Physique	DUCHAUFOUR	Pédologie
GUILLIEN	Electronique	GARNIER	Agronomie
LEGRAS	Mécanique Rationnelle	NEEL	Chimie Organique Industrielle
BOLFA	Minéralogie	BERNARD	Géologie Appliquée
NICLAUSE	Chimie	*CHAMPIER	Physique
FAIVRE	Physique Appliquée	*GAY	Chimie Biologique
AUBRY	Chimie Minérale	STEPHAN	Zoologie
COPPENS	Radiogéologie	*CONDE	Zoologie
DUVAL	Chimie	*WERNER	Botanique
FRUHLING	Physique	EYMARD	Calcul Différentiel et Intégral
HILLY	Géologie	LEVISALLES	Chimie Organique
LE GOFF	Génie Chimique	FELDEN	Physique
SUHNER	Physique Expérimentale	*GOSSE	Mécanique Physique
CHAPON	Chimie Biologique	*DAVOINE	Physique (ENSMIN)
HEROLD	Chimie Minérale Industrielle	HORN	Physique (1 ^o Cycle)
SCHWARTZ B.	Exploitation Minière	*ROCCI	Géologie
MALAPRADE	Chimie	DELPUECH	Chimie Physique
*MANGENOT	Botanique		
	N.... Chimie Biologique		
	N.... Mécanique Appliquée		
	N.... Analyse Supérieure		
	N.... Méthodes Mathématiques de la Physique		
	N.... Mécanique Rationnelle		

* Professeur titulaire à titre personnel

PROFESSEURS SANS CHAIRE

Mme BASTICK	Chimie P.C. EPINAL	BALESDENT	Thermodynamique, Chimie Appliquée (ENSIC)
MM. GUDEFIN	Physique	BLAZY	Minéralogie Appliquée (ENSG)
VUILLAUME	Psychophysiologie	JANOT	Physique P.C. EPINAL
FRENTZ	Biologie Animale	CACHAN	Entomologie Appliquée (ENSA)
MARI	Chimie (ISIN)	JACQUIN	Pédologie et Chimie Agricoles
AUROUZE	Géologie	MAINARD	Physique M.P.
DEVIOT	Physique du Solide	MARTIN	Chimie P.C.
FLECHON	Physique P.C.	PAULMIER	Mécanique Expérimentale
Mle HUET	Mathématiques C.B.G.	PROTAS	Minéralogie
VIGNES	Métallurgie		
JURAIN	Géologie C.B.G.		

MAITRES DE CONFERENCES

MM. JOZEFOWICZ	Physico-Chimie	GERL	Physique (ENSEM)
RIVAIL	Chimie Appliquée (CUCES)	ROQUES	Chimie Minérale
VILLERMAUX	Génie Chimique	FERRIER	Mathématiques
METCHE	Biochimie Appliquée (Brasserie)	GILORMINI	Mécanique (ISIN)
PAIR	Mathématiques Appliquées	DEXHEIMER	Botanique
BAUMANN	Physique 1 ^o Cycle	CASTRO	Chimie Organique
DURANT	Physique	N....	Mécanique des Fluides (ISIN)
GRANGE	Physique (ISIN)	N....	Mathématiques
DEPAIX	Probabilités et Statistiques	N....	Mathématiques P.C.
BAVEREZ	Chimie (ENSIC)	N....	Mathématiques C.B.G.
CHAMBON	Exploitation Minière (Mines)	N....	Physiologie Animale
HUSSON	Physique (ENSEM)	N....	Mathématiques M.P.
WEISSLINGER	Physique	N....	Chimie Organique
		N....	Chimie (ENSIC)
		N....	Mathématiques

CHARGES D'ENSEIGNEMENTS

MM. AMARIGLIO - COEURE - DAVRAINVILLE - GIRARDEAU - HILY - MAURIN - NOVERRAZ - OVAERT - RUYER - WEBER

A ma femme

A ma famille

A mon frère PAUL

A mon Maître

Monsieur le Professeur P. LE GOFF

Directeur du Centre de Cinétique
Physique et Chimique
et du Laboratoire de Génie Chimique

AVANT - PROPOS

-:-:-:-:-

Ce travail a été effectué sous la direction de Monsieur le Professeur P. LE GOFF, dans son laboratoire de Génie Chimique de l'Ecole Nationale Supérieure des Industries Chimiques. Nous tenons à exprimer ici toute notre gratitude à notre Maître pour les conseils qu'il nous a sans cesse donnés et les moyens qu'il a mis à notre disposition.

Nous remercions Monsieur le Professeur J. GOSSE de l'honneur qu'il nous fait en acceptant de faire partie de notre jury de thèse.

Notre reconnaissance va également à Monsieur le Professeur J. VILLERMAUX qui a bien voulu accepter de faire partie de ce jury et avec lequel nous avons eu de nombreuses discussions très fructueuses.

En la personne de Monsieur de LACHEISSERIE, qui a suivi notre travail, nous exprimons notre gratitude à la Société UGINE-KUHLMANN pour l'aide matérielle qu'elle nous a accordée.

Nos remerciements vont également à Monsieur F. VERGNES, notre chef de groupe, qui nous a toujours conseillé judicieusement et amicalement au cours de ce travail.

Nous remercions aussi tout spécialement Monsieur G. ANTOINE, électronicien et Monsieur G. ROUSSEL, technicien, tous deux au Centre National de la Recherche Scientifique.

Enfin, nous ne saurions trop remercier tout le personnel technique et administratif du Laboratoire de Génie Chimique et du Centre de Cinétique Physique et Chimique, et nous garderons un excellent souvenir de tous.

P L A N

-:-:-

INTRODUCTION

Ière PARTIE : Mesure de l'énergie cinétique des particules d'un lit fluidisé liquide-solide

Chapitre 1 : La méthode de mesure

Chapitre 2 : Les résultats expérimentaux et leur interprétation

IIème PARTIE : Etude de la conductance électrique moyenne et des fluctuations de conductance locale dans les lits fluidisés liquide-solide

IIIème PARTIE : Les propriétés de transport dans les lits fluidisés en relation avec les résultats précédents

CONCLUSION GENERALE

ANNEXES I, II, III, IV, V, VI, VII et VIII

Note pour le lecteur : Le lecteur trouvera sur des feuilles colorées en début de chaque partie le plan détaillé de celle-ci

INTRODUCTION

On connaît assez bien à l'heure actuelle les propriétés des écoulements de fluide à travers des lits fixes.

La fluidisation qui n'est pas un phénomène nouveau a maintenant de nombreuses applications industrielles, et un nombre sans cesse croissant de travaux de recherches théoriques et appliquées a permis de mieux comprendre les caractéristiques des lits fluidisés. Cependant, si l'on connaît les effets de l'agitation des particules fluidisées sur les propriétés de transport et de transfert (de matière et de chaleur) les causes en sont encore mal expliquées.

En effet, toutes les propriétés particulières aux lits fluidisés (c'est-à-dire celles qui n'existent pas pour les lits fixes) sont liées à l'agitation des grains.

On imagine donc volontiers l'intérêt qu'il y aurait à disposer d'une méthode permettant d'étudier le mouvement des particules fluidisées et en particulier leurs vitesses ou leurs énergies cinétiques.

C'est une telle technique que nous nous sommes efforcés de mettre au point dans le cas particulier de la fluidisation liquide :

La première partie de ce travail sera donc consacrée à la mesure de l'énergie cinétique moyenne des particules

$$\overline{E} = \frac{1}{2} \overline{mv^2}$$

La méthode employée nous permettra de déterminer la forme des distributions des vitesses et des énergies des particules et d'en déduire un modèle pour le mouvement des particules.

Dans la deuxième partie, nous nous attacherons à l'étude des fluctuations de concentration de grains qui a déjà été entreprise dans ce laboratoire par COEURET.

Enfin, à partir des résultats obtenus, nous chercherons à donner une explication à quelques propriétés de transport dans des lits fluidisés. Cette étude fera l'objet de la troisième partie.

Ière PARTIE

-:-:-:-

MESURE DE L'ENERGIE CINETIQUE DES PARTICULES D'UN

LIT FLUIDISE LIQUIDE - SOLIDE

Plan

CHAPITRE 1 - LA METHODE DE MESURE

- EXPOSE DU PROBLEME
- 1 - LA METHODE EXPERIMENTALE
 - 11 - Le capteur piézo-électrique : description
 - 12 - Le système électronique d'amplification et de détection
 - 13 - La conversion analogique-numérique : le classement des impulsions par amplitude
 - 14 - L'étalonnage de la membrane sensible du capteur
 - 15 - La limite de sensibilité et la correction des doubles et triples réponses
- 2 - LE TRAITEMENT DES RESULTATS EXPERIMENTAUX
 - 21 - Correction due aux doubles et triples réponses
 - 22 - Extrapolation de la zone (0,20 mV)
 - 23 - Déconvolution des F(I) à partir du "gradient de sensibilité" de la membrane
 - 24 - Remarques importantes
- 3 - MODE OPERATOIRE : EXEMPLE DE TRAITEMENT D'UN RESULTAT EXPERIMENTAL

CHAPITRE 2 - LES RESULTATS EXPERIMENTAUX

ET LEUR INTERPRETATION

- NOTATIONS - EXPOSE DU PROBLEME
- 1 - LES RESULTATS EXPERIMENTAUX BRUTS
 - 11 - Relation entre la valeur $\bar{E}_1$ du premier moment de la distribu-

tion expérimentale $D(E_x)$ et la grandeur

$$\bar{E}_x = \frac{1}{2} m \bar{v}_x^2$$

- 12 - Variation du nombre total de chocs sur la membrane en fonction de la position du microphone dans la couche fluidisée
- 13 - Variations de $\bar{E}_1$ avec les différents paramètres de la fluidisation
- 14 - Les résultats concernant la distribution des énergies des chocs
- 2 - INTERPRETATION THEORIQUE DES RESULTATS PRECEDENTS - ANALOGIE FORMELLE AVEC LA THEORIE CINETIQUE DES GAZ
 - 21 - Expression du nombre de chocs sur la membrane
 - 22 - Expression de $\bar{E}_1$ à partir de $\bar{E}_x$
 - 23 - Vitesse quadratique moyenne des particules : influence de l'anisotropie
 - 24 - Nombre expérimental de chocs et nombre théorique de chocs
- 3 - INTERPRETATION DU MOUVEMENT DES PARTICULES : LE MODELE A "CAGE"
- 4 - COMPARAISON DES RESULTATS AVEC CEUX DES TRAVAUX ANTERIEURS
 - 41 - Distribution des vitesses des particules
 - 42 - Vitesses moyennes et énergies moyennes des particules
- 5 - CONCLUSION

IÈRE PARTIE

-:-:-:-:-

MESURE DE L'ENERGIE CINETIQUE DES PARTICULES D'UN

LIT FLUIDISE LIQUIDE - SOLIDE

CHAPITRE 1 - LA METHODE DE MESURE

EXPOSE DU PROBLEME : Comme nous l'avons dit précédemment, nous voulons mesurer l'énergie cinétique moyenne $\bar{E}$ d'une particule d'un lit fluidisé, soit

$$\bar{E} = \frac{1}{2} \overline{mv^2}$$

A la suite d'une idée proposée par M. VILLERMAUX, nous avons appliqué dans ce but une méthode de détection de chocs consistant à mesurer une grandeur électrique liée à la contrainte normale créée par le choc d'une particule sur la membrane sensible d'un capteur.

Pour que cette méthode soit utilisée avec confiance, cinq critères au moins doivent être retenus, auxquels nous nous proposons de satisfaire :

1) La sonde de mesure que l'on plonge dans le lit doit être suffisamment petite de façon à perturber le moins possible l'écoulement du fluide et donc la qualité de la fluidisation. L'ensemble doit de plus être étanche à l'eau.

2) Le capteur doit être sensible aux chocs des particules fluidisées, généralement de faibles énergies.

3) La mesure doit pouvoir se faire sur un nombre de chocs suffisamment grand pour que les résultats représentent statistiquement le phénomène étudié. La durée de l'expérience doit d'autre part être brève. La surface S du capteur doit donc être relativement importante (de l'ordre du cm²).

4) Le temps de réponse du capteur doit être petit pour que deux chocs très voisins dans le temps puissent être distingués.

5) La correspondance entre l'énergie d'un choc et la grandeur électrique émise par le capteur doit être biunivoque et bien déterminée.

1 - LA METHODE EXPERIMENTALE

11 - LE CAPTEUR PIEZO-ELECTRIQUE : DESCRIPTION

Le capteur est réalisé à partir d'une cellule de lecture piézo-électrique "MELODYNE", de sensibilité 500 mV par Pascal. Cette tête de lecture a été modifiée comme l'indique le schéma de la figure 1 : la pointe de lecture en diamant a été remplacée par une tige de cuivre sur laquelle on a soudé une membrane en "clinqant" de 9mm de diamètre, et de 5/100mm d'épaisseur. Cette membrane est encastrée à l'aide d'une couronne en P.V.C. sur un support cylindrique.

La tige de cuivre transmet toute déformation de la membrane au cristal piézo-électrique par un système de leviers. La déformation de la membrane, provenant du choc d'une particule, est élastique, de sorte que la membrane revient rapidement à sa position au repos. La réponse en tension électrique du cristal présente donc la forme d'une sinusoïde amortie (figure 1).

L'étanchéité du capteur a été obtenue par un enrobage soigné d'"Araldite", et son blindage, nécessité par la grande impédance du cristal (700 k Ω), a été réalisé à l'aide d'un vernis métallique conducteur, relié à la masse de l'ensemble.

Une mousse plastique recouvre alors toute la partie non sensible de ce capteur, afin d'absorber l'énergie des chocs n'ayant pas lieu sur la membrane.

Cet appareil est fixé sur une canne de verre par l'intermédiaire d'une rotule qui permet d'orienter la membrane sensible dans toutes les directions. Dans la canne de verre, un câble coaxial transmet les signaux à l'entrée du premier étage d'amplification.

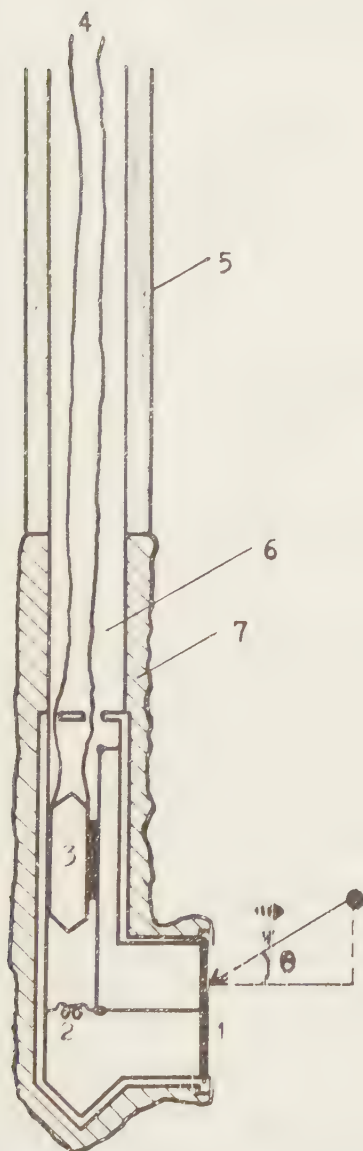
12 - LE SYSTEME ELECTRONIQUE D'AMPLIFICATION ET DE DETECTION

Les impulsions électriques provenant du microphone sont envoyées à un système amplificateur-détecteur dont le schéma est donné en annexe II. Ce système comporte :

1) Un étage adaptateur d'impédance constitué par un transistor monté en émetteur commun qui ramène l'impédance d'entrée à 1/100 de sa valeur (soit environ 7000 Ω). Cet étage a un gain de 1.

2) Un étage amplificateur de tension ayant un gain réglable de 0 à 75.

3) Un étage amplificateur de puissance, adaptateur de sortie, ayant un gain de 20, de sorte que le gain de l'ensemble des trois étages



- 1. Membrane
- 2. Ressort
- 3. Cristal
- 4. Vers l'amplificateur
- 5. Canne de verre
- 6. Cable coaxial
- 7. Mousse plastique

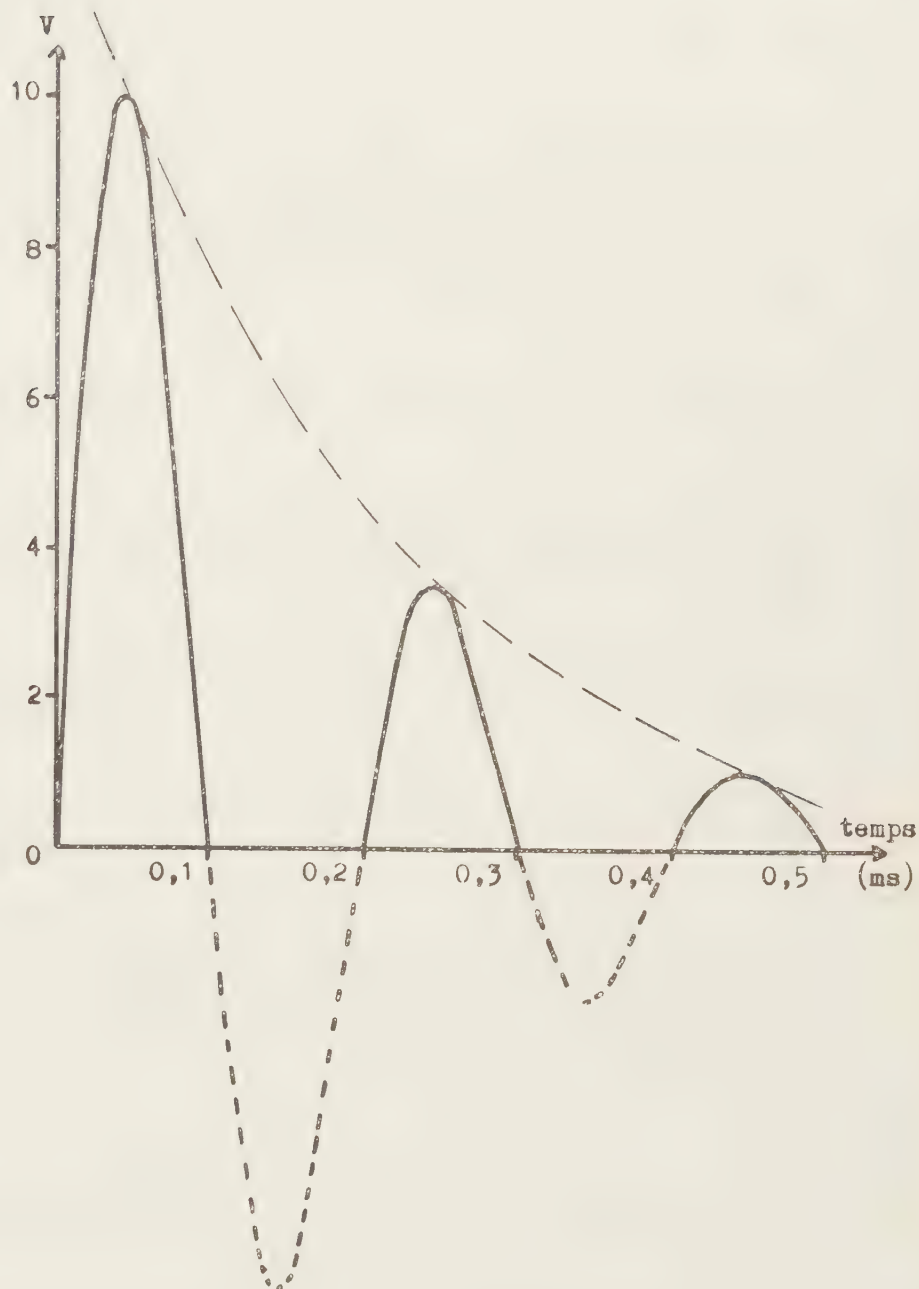


FIGURE -1- Schéma du capteur piézo-électrique et
forme de la réponse au choc d'une particule

est réglable entre 0 et 1500.

4) Un système détecteur permettant de ne prendre en compte que la partie positive de la sinusoïde amortie.

La largeur d'une impulsion est de 100 μ s en moyenne (5 KHz). La bande passante de l'amplificateur est donc (200 à 7000 Hz) de sorte que les impulsions sont amplifiées sans distorsion, et que deux impulsions voisines de plus de 35 μ s peuvent être amplifiées séparément. Ce qui revient à dire que l'on peut amplifier plus de 1.000.000 impulsions par minute.

13 - LA CONVERSION ANALOGIQUE-NUMERIQUE : LE CLASSEMENT DES IMPULSIONS PAR AMPLITUDE

A la sortie du système détecteur, les impulsions sont admises dans un analyseur multicanaux "SA 43" INTERTECHNIQUE. Cet appareil est capable de compter les impulsions et de les classer par amplitude de la façon suivante :

Chaque fois que le signal électrique à analyser passe par un maximum (changement de signe de la dérivée), un détecteur de pics donne un ordre de codage de l'amplitude du signal. Le principe du codage (conversion analogique-numérique) est indiqué en annexe II.

Remarque : Il est important d'en bien connaître le fonctionnement pour comprendre que le temps de codage est d'autant plus grand que l'amplitude à convertir est importante.

L'amplitude codée V correspond alors à une adresse (numéro de canal) I, telle que V est comprise entre l'amplitude $(I-1)/P$ et l'amplitude I/P . P est la pente de conversion. L'analyseur met en mémoire, dans chaque canal, toutes les impulsions de même amplitude. On obtient ainsi le spectre d'amplitude des impulsions analogiques admises à l'entrée.

14 - L'ETALONNAGE DE LA MEMBRANE SENSIBLE DU CAPTEUR

141 - La réponse au centre de la membrane à un choc d'énergie donnée

Pour lancer un projectile de vitesse connue sur la membrane du capteur, nous avons laissé tomber en chute libre des billes de masse m d'une hauteur h, au centre de la membrane.

Le capteur était fixé horizontalement sous la goulotte d'un distributeur vibrant garni de billes de carbone très bien calibrées (respectivement $1040 \mu \pm 18 \mu$ et $635 \mu \pm 15 \mu$). La hauteur de l'arête de la goulotte du distributeur au-dessus de la membrane était mesurée au 1/20 mm

grâce à un cathétomètre.

La figure 2 donne la réponse V de la membrane en fonction du produit

$$\frac{1}{2} m v_x^2 = E_x = mgh \quad (\text{énergie cinétique de la particule au point d'impact})$$

Chaque point expérimental a été obtenu en faisant une moyenne sur plus de 100 chocs. On constate que les points s'alignent correctement sur une droite passant par l'origine. La droite de la figure 2 est donnée pour un gain G de l'amplificateur égal à 36, et sa pente est évidemment proportionnelle à G.

Donc, pour une particule arrivant sur la membrane avec une vitesse $\vec{v}$ faisant un angle θ avec la normale à la membrane, on peut admettre que la réponse en tension V au centre du capteur sera :

$V = A \times E_x = A \times \frac{1}{2} m v_x^2$	
Volt	J

avec $v_x = v \cos \theta$ et $A = K \times G$

$K = 81 \times 10^4$ (Volt/Joule) = constante d'étalonnage

G = gain du système amplificateur

142 -- La réponse de la membrane en fonction de la position de l'impact

L'étalonnage précédent est valable au centre de la membrane. Mais, à cause de son encastrement, celle-ci est plus sensible en son centre que sur sa partie périphérique. Il importait donc de connaître la réponse de la membrane en chacun de ses points (gradient de sensibilité). Nous avons donc créé des chocs d'énergie constante en lâchant sur la membrane, placée horizontalement, une pointe de verre très fine suivant le schéma de la figure 3. Un chariot à cadres croisés mu par deux vis micrométrique permettait de repérer la position de l'impact au 1/100 mm près. Nous avons pu ainsi explorer toute la surface sensible du capteur.

Sur la figure 4 sont dessinées les courbes à sensibilité constante, obtenues à partir des points expérimentaux des coupes AA, BB, CC, et DD. Chacun de ces points expérimentaux a été obtenu en lâchant la pointe de verre une trentaine de fois sur la membrane. On peut voir sur la figure 4 et sur la perspective de la figure 5 que la membrane est 5 à 6 fois moins sensible dans sa partie périphérique (80 % de sa surface totale) que dans sa partie centrale (20 % de sa surface totale). Nous verrons plus loin

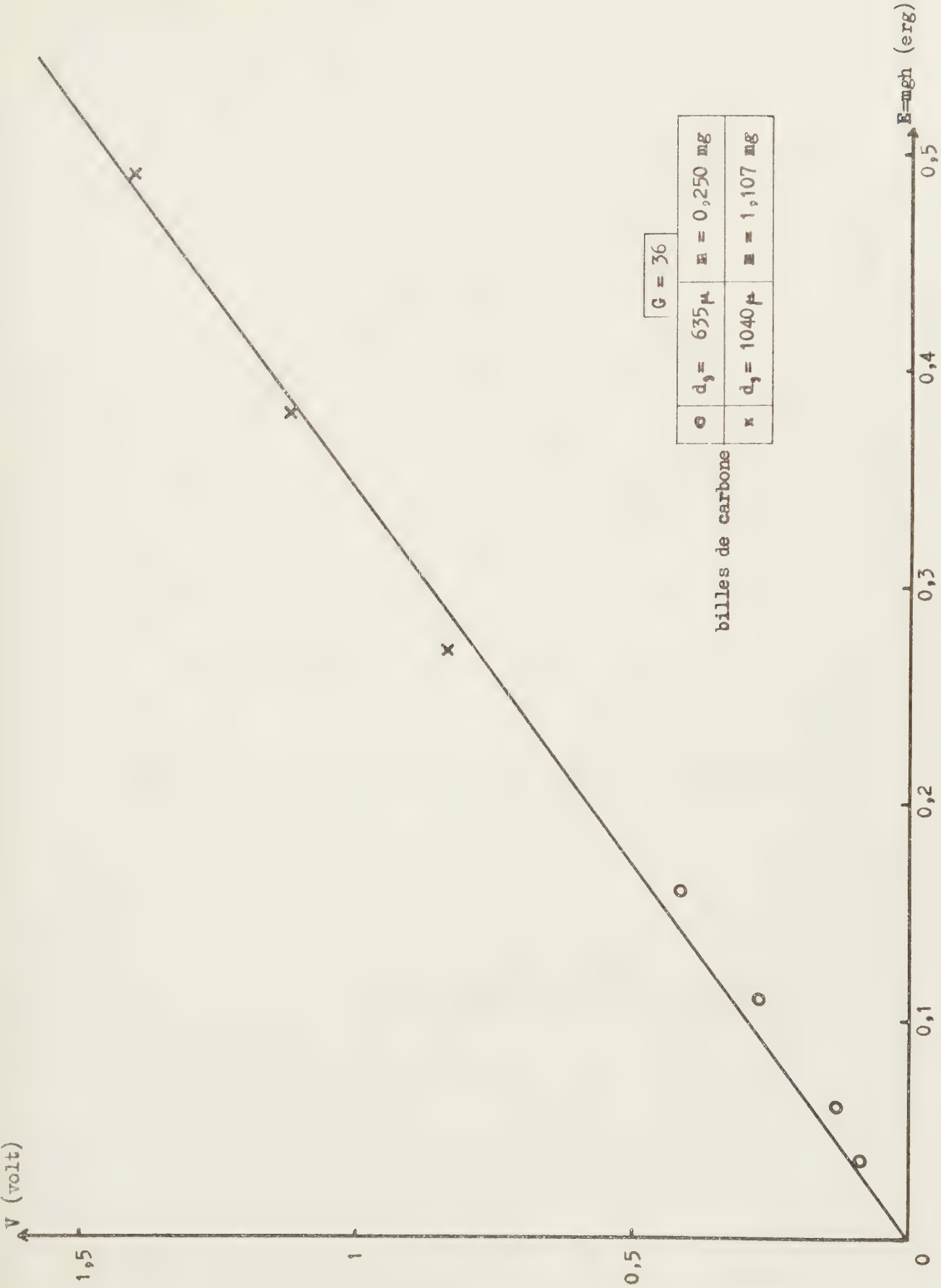


FIGURE -2- Etalonnage de la membrane en fonction de la hauteur de chute d'une bille

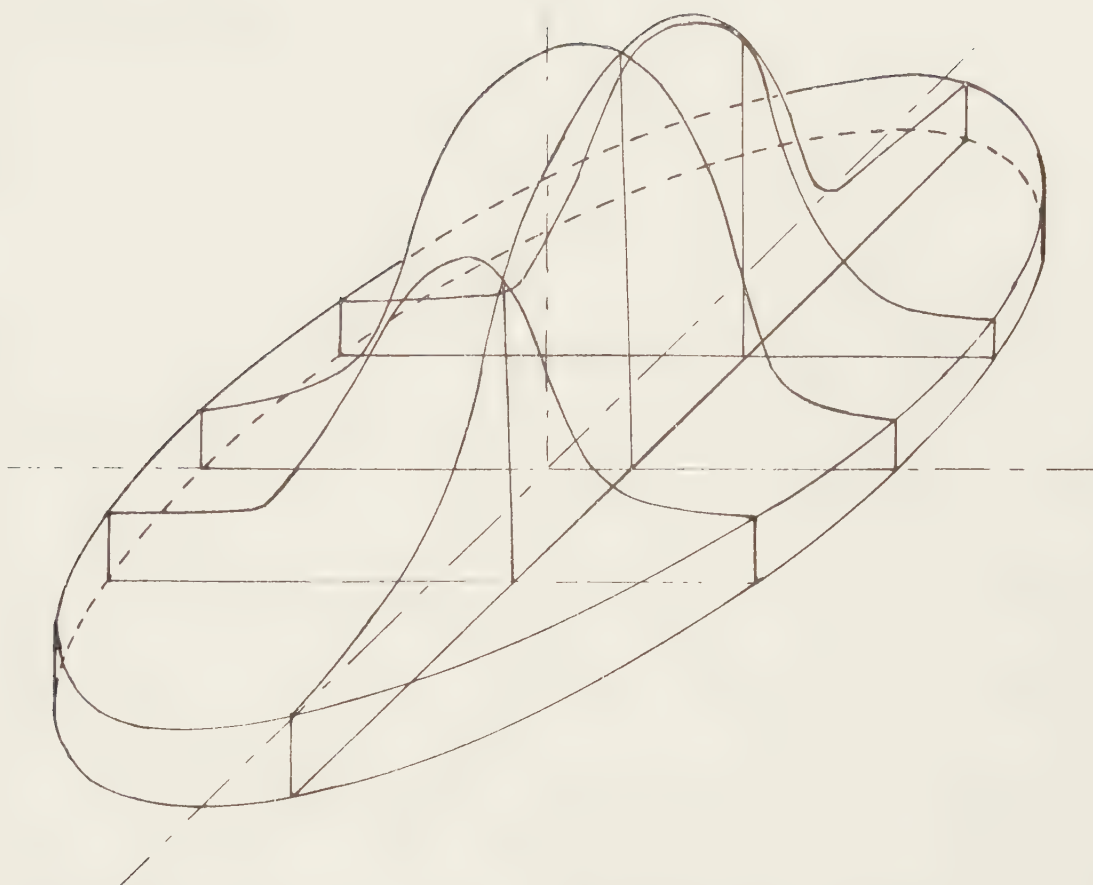


FIGURE -5- Perspective du "gradient de réponse" de la membrane

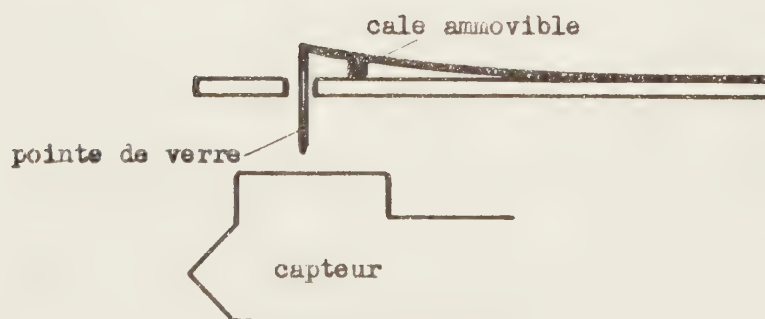


FIGURE -3- Schéma de l'étalonnage de la membrane en fonction de la position de l'impact

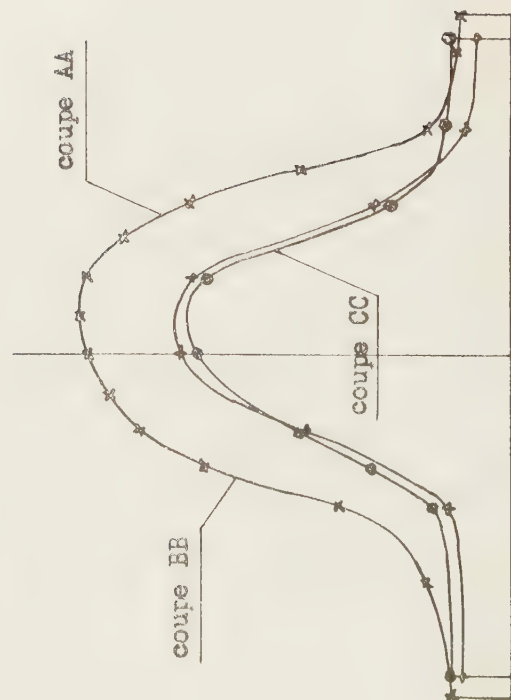
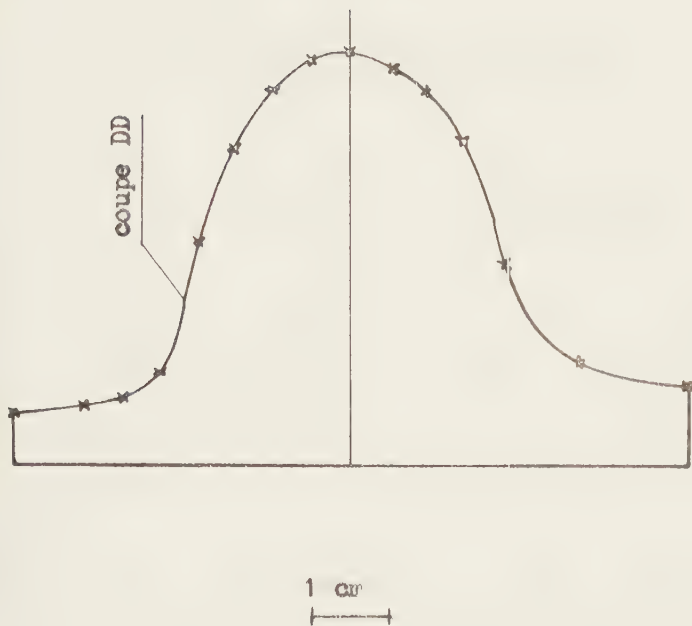
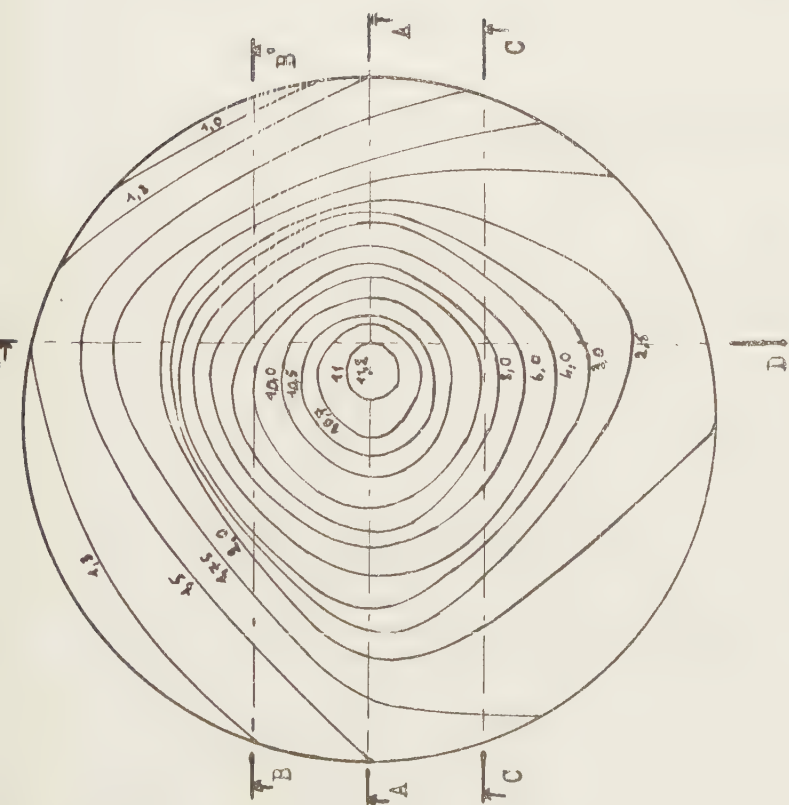


FIGURE 4- Réponse de la membrane à un choc
d'énergie constante en fonction
de la position de l'impact

comment on tient compte de ce "gradient de sensibilité" dans l'exploitation des résultats expérimentaux.

15 - LA LIMITE DE SENSIBILITE : LA CORRECTION DES DOUBLES ET TRIPLES REPONSES. LES EXTRAPOLATIONS NECESSAIRES

- Le détecteur de pic de l'analyseur multicanaux n'est capable de compter que les impulsions d'amplitude au moins égale à 20 mV. Donc, tous les chocs sur la membrane ne sont pas enregistrés, et pour obtenir le spectre d'amplitude complet, il est nécessaire de procéder à une extrapolation aux basses amplitudes. En fait, les plus grandes amplitudes mesurées allant jusqu'à 500 ou 600 mV, la zone extrapolée est petite devant la zone de mesure. La méthode d'extrapolation sera indiquée au paragraphe 22.

- La réponse à un choc est une sinusoïde amortie (cf par. 11) et quand l'amplitude de la première crête varie, le rapport de l'amplitude de la deuxième crête à celle de la première reste sensiblement constant et égal à 3,5/10, et le rapport de l'amplitude de la troisième crête à celle de la première reste aussi constant et égal à 1/10. Donc pour un seul choc, on pourra compter deux ou trois impulsions distinctes, la première seule correspondant effectivement au choc.

- En fait, les étalonnages que nous avons fait nous ont montré que le nombre de réponses à un choc dépendait lui aussi de la position de l'impact. Au total, nous avons pu déterminer avec une assez faible précision que pour 100 chocs répartis uniformément sur la membrane, 21 donnaient une réponse triple, et 100 une réponse double.

2 - LE TRAITEMENT DES RESULTATS EXPERIMENTAUX =====

D'après ce qui précède, nous voyons que l'analyseur multicanaux donne N points d'abscisses I et d'ordonnées $F_1(I)$. $F_1(I)$ représente le nombre d'impulsions électriques dont l'amplitude est comprise entre $(I-1)/P$ et I/P , I étant le numéro d'un canal et P la pente de conversion.

Nous devons effectuer les trois opérations suivantes :

1) Corriger ces données $F_1(I)$ en tenant compte des doubles et triples réponses.

2) Extrapoler la zone de 0 à 20 mV qui correspond à I de 1 à 10. On obtient alors une suite de valeurs $F(I)$.

3) En tenant compte du "gradient de sensibilité" de la membrane, déterminer à partir de ces $F(I)$ le nombre $H(I)$ de chocs qui ont eu une énergie comprise entre $(I-1)/A.P$ et $I/A.P$.

L'organigramme de la figure 6 indique le cheminement suivi pour ces différents traitements. Le "listing" du programme FORTRAN est donné en annexe II.

21 - CORRECTION DUE AUX DOUBLES ET TRIPLES REPONSES

100 % des chocs donnent une double réponse, et 21 % des chocs donnent une triple réponse.

Donc, pour les N points d'ordonnées $F_1(I)$, en commençant par le Nième résultat, on retirera :

$$\frac{F_1(I) \times 100}{100} \quad \text{au canal n}^\circ I/3,5$$

et

$$\frac{F_1(I) \times 21}{100} \quad \text{au canal n}^\circ I/10$$

ceci pour I allant de N à 1.

22 - EXTRAPOLATION DE LA ZONE (0 à 20 mV) CORRESPONDANT A I DE 1 A 10

Les résultats de la zone correspondant à I de 1 à 10 étant faussés par le manque de sensibilité de l'analyseur aux basses amplitudes, il faut faire une extrapolation pour obtenir les 10 premiers $F(I)$.

Pour toutes nos courbes de comptage, nous avons pu observer que les points de coordonnées $\{I, \log F(I)\}$ pour I de 10 à 30 ou 40 s'aligneraient très bien sur une droite. Nous avons donc cherché, pour chaque courbe expérimentale, la meilleure droite au sens des moindres carrés passant par les points précédents, et nous l'avons prolongée pour I décroissant de 10 à 1.

La suite des $F(I)$ obtenues représente cette fois le nombre vrai de chocs ayant donné une réponse d'amplitude comprise entre $(I-1)/P$ et I/P .

On peut alors considérer la courbe passant par les milieux des paliers de cet histogramme, d'abscisses $(I-1+I)/2P$ et d'ordonnées $\{F(I-1) + F(I)\}/2$. Cette courbe représente alors la distribution des réponses en tension V que nous noterons $N(V)$

$N(V) dV$ est le nombre d'impulsions ayant une amplitude comprise entre V et V + dV

ORGANIGRAMME DETAILLE DU
TRAITEMENT DES RESULTATS EXPERIMENTAUX



LA MEMBRANE

Hypothèse de calcul : Dans les lits fluidisés que nous avons étudiés, les grains étaient uniformément dispersés dans la couche fluidisée, et celle ci présentait une surface libre quasi-horizontale. La fluidisation était donc homogène, et nous admettrons que la densité de chocs des particules sur une surface plane immergée dans le lit est uniforme.

Considérons alors sur une courbe expérimentale de comptage un nombre F(I) d'impulsions ayant eu une même amplitude en tension comprise entre (I-1)/P et I/P. A la suite de l'hypothèse précédente, ces impulsions électriques de même amplitude proviennent de chocs d'énergies différentes répartis uniformément sur la surface sensible du capteur.

A partir des courbes à même réponse (iso-sensibilité) de la figure 4, nous avons déterminé l'histogramme de la figure 7. L'abscisse représente la surface sensible du capteur divisée en 50 parties égales, numérotées de 1 à 50, chaque partie étant suffisamment petite pour que l'on puisse considérer sa sensibilité comme constante. L'ordonnée REP(J) représente l'inverse de la sensibilité de la partie n° J de la surface.

On divise alors F(I) en 50 parties égales, et chaque partie F(I)/50 est redistribuée uniformément sur un intervalle {REP(J)×(I-1), REP(J)×I} pour J allant de 1 à 50. On recommence pour F(I+1) etc..... jusqu'à N.

Le tableau ci-dessous donne les valeurs numériques des REP(J)

J	REP(J)	J	REP(J)	J	REP(J)	J	REP(J)	J	REP(J)
1	1,000	11	2,160	21	4,650	31	5,850	41	7,170
2	1,050	12	2,450	22	4,800	32	5,960	42	7,360
3	1,080	13	2,720	23	4,920	33	6,080	43	7,560
4	1,125	14	3,000	24	5,050	34	6,200	44	7,780
5	1,200	15	3,250	25	5,160	35	6,300	45	8,050
6	1,250	16	3,525	26	5,280	36	6,430	46	8,330
7	1,350	17	3,800	27	5,400	37	6,560	47	8,650
8	1,470	18	4,070	28	5,510	38	6,700	48	9,040
9	1,650	19	4,300	29	5,625	39	6,850	49	9,510
10	1,900	20	4,480	30	5,750	40	7,000	50	10,25

La figure 8 illustre une partie du calcul :

$$F(I) = 100$$

$$F(I)/50 = 2$$

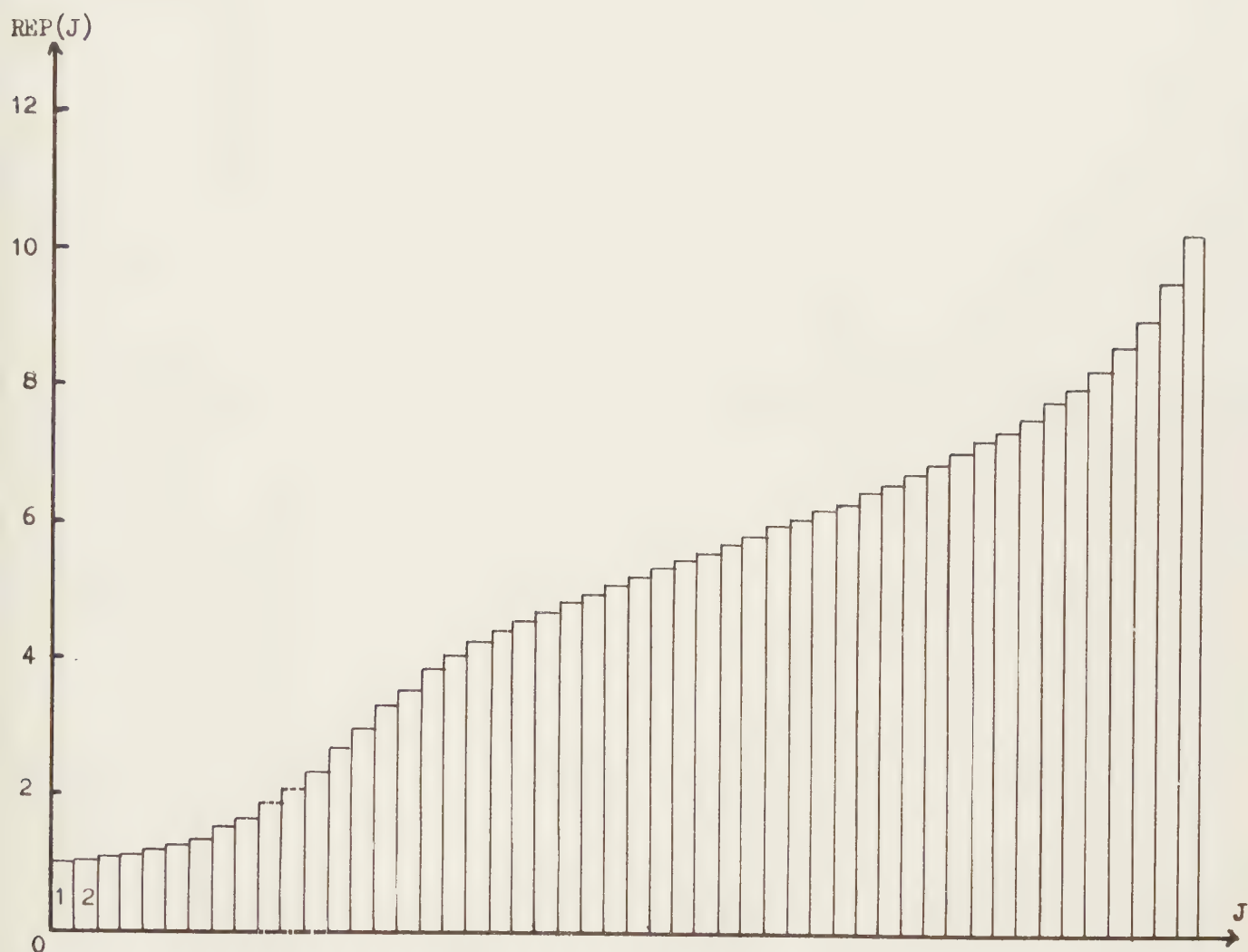


FIGURE - 7- Inverse des sensibilités des 50 parties de
la membrane du capteur

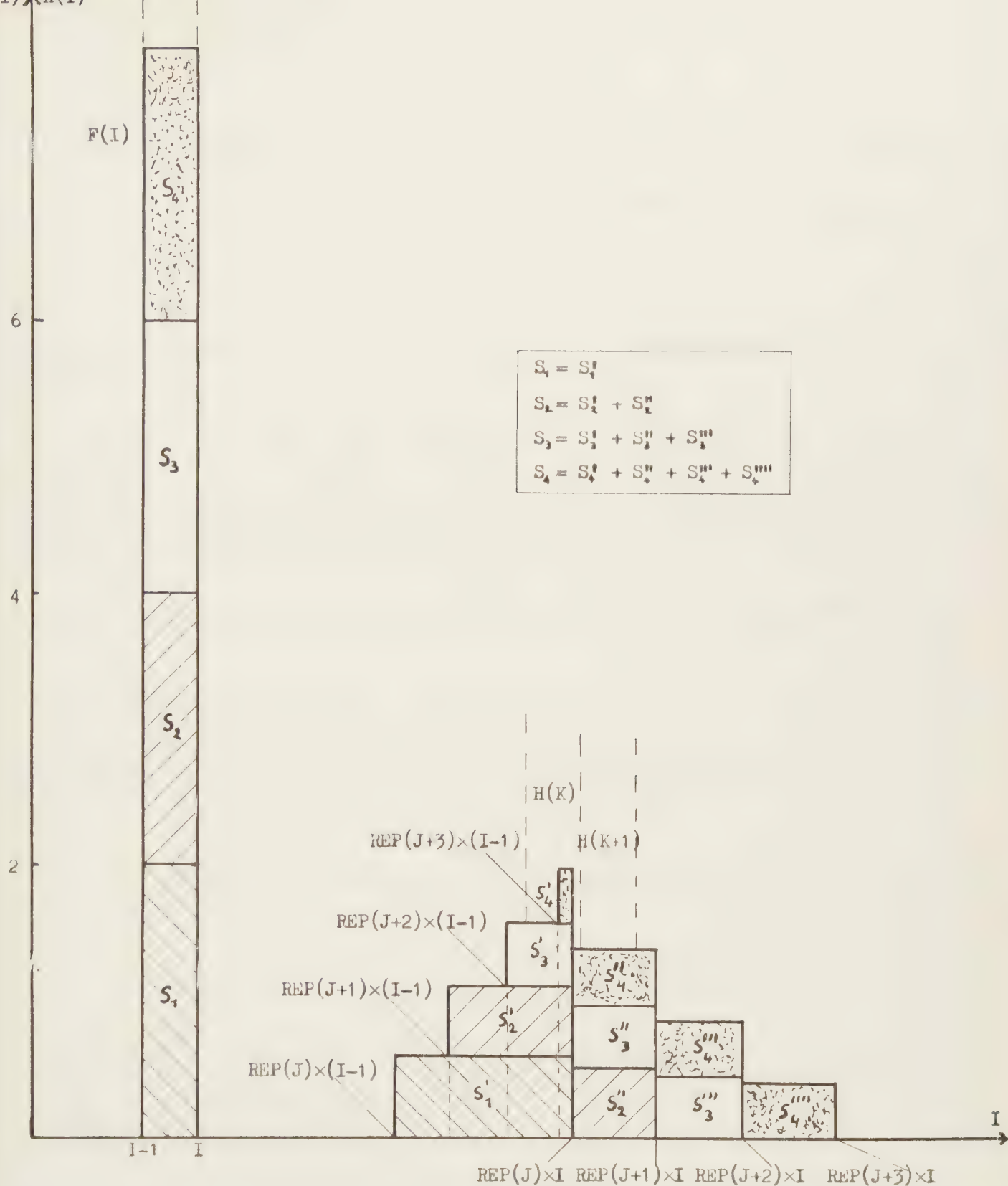


FIGURE -8- Illustration de la déconvolution des résultats expérimentaux

2 impulsions correspondent à une énergie comprise entre $\frac{\text{REP}(J) \times (I-1)}{A.P}$ et $\frac{\text{REP}(J) \times I}{A.P}$

2 " " " " $\frac{\text{REP}(J+1) \times (I-1)}{A.P}$ et $\frac{\text{REP}(J+1) \times I}{A.P}$

Ceci pour J allant de 1 à 50

Total : 100 impulsions d'amplitudes comprises entre $(I-1)/P$ et I/P ont été redistribuées.

On obtient ainsi une suite de valeurs $H(I)$ pour I allant de 1 à $N \times \text{REP}(50)$. Cette suite est l'histogramme des énergies réelles des particules qui ont frappé la membrane : $H(I)$ est le nombre de particules qui ont frappé la membrane avec une énergie comprise entre $(I-1)/A.P$ et $I/A.P$. On peut alors considérer la courbe passant par les milieux des paliers de cet histogramme. Cette courbe représente la distribution des énergies des particules incidentes que nous noterons $D(E_x)$:

$dv = D(E_x) dE_x$ est le nombre de particules qui ont frappé la membrane du capteur avec une énergie comprise entre E_x et $E_x + dE_x$

24 - REMARQUES IMPORTANTES

a) D'après ce qui précède, la somme des $F(I)$ pour I de 1 à N et la somme des $H(I)$ pour I de 1 à $N \times \text{REP}(50)$ sont égales et représentent le nombre total de chocs N_{ex} qui ont eu lieu sur la membrane

$$\sum_{I=1}^N F(I) = \int_0^{\infty} N(V) dV = \sum_{I=1}^{N \times \text{REP}(50)} = \int_0^{\infty} D(E_x) dE_x = N_{ex}$$

b) Comme $I = P V$, on peut écrire

$$\frac{\sum_{I=1}^N I \cdot F(I)}{\sum_{I=1}^N F(I)} = \bar{I}_F = \frac{\int_0^{\infty} P V N(V) dV}{\int_0^{\infty} N(V) dV} = P \bar{V}_1 \quad \text{avec} \quad P = 456 \text{ canal/V}$$

Donc $\bar{V}_1$, valeur moyenne des réponses en tension électrique est calculable directement à partir des résultats expérimentaux $F(I)$.

c) De même, d'après l'étalonnage de la membrane, (cf 141), nous avons

$$V = A.E_x \quad \text{d'où } I = A.P.E_x$$

$$\text{avec } A = 81 \times 10^4 \times G \quad (\text{Volt/Joule})$$

$$G = 500$$

Donc on peut écrire

$$\frac{\sum_{I=1}^{N \times \text{REP}(50)} I.H(I)}{\sum_{I=1}^{N \times \text{REP}(50)} H(I)} = \bar{I}_H = \frac{\int_0^{\infty} A.P.E_x.D(E_x) dE_x}{\int_0^{\infty} D(E_x) dE_x} = A.P.\bar{E}_1$$

Donc le premier moment $\bar{E}_1$ de la distribution $D(E_x)$ est calculable directement à partir des résultats $H(I)$ obtenus après la déconvolution.

d) La déconvolution numérique précédente est inévitable si l'on veut obtenir effectivement la distribution $D(E_x)$ des énergies des particules qui ont frappé la membrane.

Mais nous avons montré en annexe III que nous pouvions relier analytiquement les distributions $N(V)$ des réponses et $D(E_x)$ des énergies, et en particulier, le calcul montre que les moments d'ordre i de ces deux distributions sont liés par la relation simple suivante :

$$\boxed{\bar{V}_i = J_i \cdot \bar{E}_i}$$

Les J_i sont des constantes facilement calculables numériquement.

La valeur de J_1 correspondant aux premiers moments est

$$J_1 = 0,916 \times 10^8 \quad (\text{Volt/Joule})$$

On peut donc, *sans faire la déconvolution*, calculer directement $\bar{E}_1$ premier moment de la distribution $D(E_x)$ à partir de $\bar{I}_F$ par la relation

$$\boxed{\begin{array}{c} \bar{E}_1 = \frac{\bar{I}_F}{P.J_1} = \frac{\bar{I}_F}{4,17 \times 10^{10}} \\ | \\ \text{Joule} \end{array}}$$

3 - MODE OPERATOIRE . EXEMPLE DE TRAITEMENT D'UN RESULTAT EXPERIMENTAL

=====

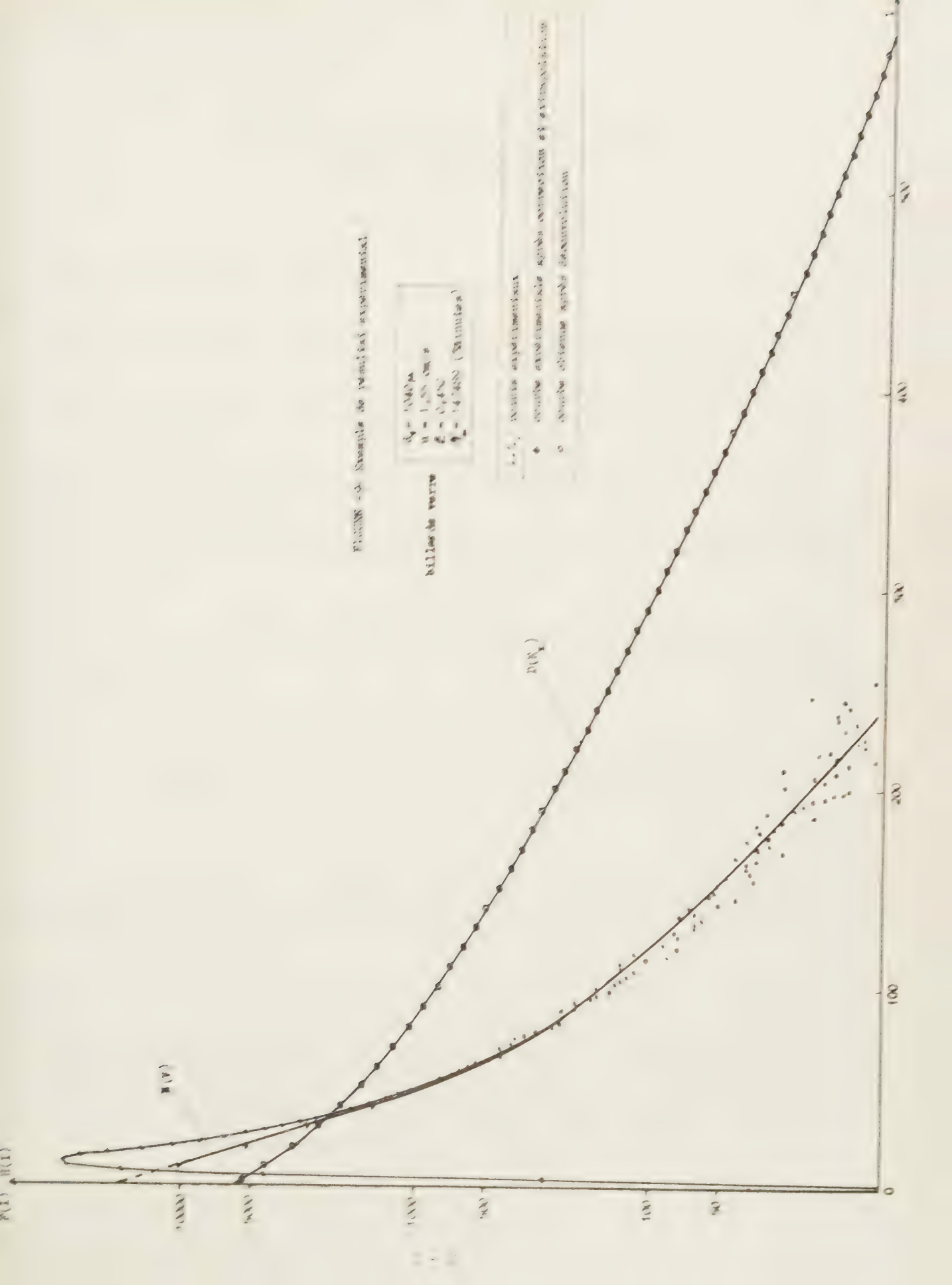
Le capteur est placé en un point de la couche fluidisée, la membrane sensible étant parallèle à l'axe du lit.

On déclanche alors le stockage des impulsions provenant du capteur, en même temps qu'un chronomètre. Le comptage s'effectue alors pendant 3 minutes exactement. Ce temps a été choisi de façon que le nombre total d'impulsions reçues soit reproductible à 1 % près.

Les résultats sont alors vidés de la mémoire de l'analyseur par l'intermédiaire d'une imprimante qui explore 3 canaux par seconde, et ils sont alors mis sur des cartes perforées et traités comme nous l'avons exposé précédemment. Le temps total nécessaire pour obtenir une courbe, et la traiter après perforation des résultats est de l'ordre d'une demi-heure.

Sur la figure 9, nous avons porté en coordonnées semi-logarithmiques, une courbe de comptage, et les résultats, que l'on obtient après traitement. On peut se rendre compte de la complexité du traitement subi par le résultat expérimental initial.

Un résultat assez remarquable est que, la déconvolution étant une sorte de pondération, les points de la courbe $D(E_x)$ sont beaucoup moins dispersés que les points de la courbe $N(V)$.



CHAPITRE 2 - LES RESULTATS EXPERIMENTAUX

ET LEUR INTERPRETATION

NOTATIONS - EXPOSE DU PROBLEME

Considérons un lit fluidisé dans lequel chaque particule est animée d'un mouvement désordonné par rapport à un référentiel fixe.

A un instant donné, le vecteur vitesse d'une particule a pour composantes v_x , v_y , v_z , v_z étant la composante verticale.

Chacune de ces composantes a une densité de probabilité que nous noterons respectivement $F(v_x)$, $G(v_y)$ et $H(v_z)$.

$F(v_{x0}) dv_x$ est la probabilité pour que v_x se trouve entre v_{x0} et $v_{x0} + dv_x$. Le module de $\vec{v}$ a lui aussi une densité de probabilité que nous noterons $f(v)$

$$\text{avec } v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Chaque particule possède une énergie cinétique E qui est la somme des trois termes :

$$E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) = E_x + E_y + E_z$$

L'énergie cinétique moyenne d'une particule est alors

$$\bar{E} = \bar{E}_x + \bar{E}_y + \bar{E}_z = \frac{1}{2} m (\overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2})$$

La membrane du microphone est placée parallèlement à l'axe du lit, et nous supposons qu'elle est perpendiculaire à la direction O_x . Nous mesurons donc la distribution $D(E_x)$ des énergies E_x des particules.

Les différentes questions que nous nous proposons de traiter sont les suivantes :

1) Après avoir explicité ce que représente $\bar{E}_1$, premier moment de la distribution expérimentale $D(E_x)$, nous étudierons comment varie le nombre total de chocs N_{ex} sur la membrane en fonction de la position du microphone dans le lit, ce qui nous permettra de déterminer celle pour laquelle les mesures seront significatives pour chaque système étudié.

2) Nous étudierons ensuite les variations de $\bar{E}_1$ en fonction des

différents paramètres de la fluidisation.

3) Nous donnerons alors une interprétation théorique des résultats concernant la distribution $D(E_x)$.

4) Ceci nous conduira à donner un modèle du mouvement des particules (modèle à "cage").

5) Nous comparerons enfin nos résultats avec ceux des travaux antérieurs.

1 - LES RESULTATS EXPERIMENTAUX BRUTS

=====

11 - RELATION ENTRE LA VALEUR $\bar{E}_1$ DU PREMIER MOMENT DE LA DISTRIBUTION EXPERIMENTALE $D(E_x)$ ET LA GRANDEUR $\bar{E}_x = \frac{1}{2} m v_x^2$

Nous démontrerons au paragraphe 22 de ce chapitre que les grandeurs $\bar{E}_x$ et $\bar{E}_1$ sont liées par la relation simple suivante

$$\boxed{\bar{E}_1 = 2 \bar{E}_x}$$

Donc des valeurs obtenues pour $\bar{E}_1$, nous pourrions calculer celles de $\bar{E}_x$, énergie cinétique moyenne d'une particule dans la direction O_x , ainsi que les valeurs quadratiques moyennes de la composante horizontale de la vitesse $\sqrt{v_x^2}$.

12 - VARIATION DU NOMBRE TOTAL DE CHOCS SUR LA MEMBRANE EN FONCTION DE LA POSITION DU MICROPHONE DANS LA COUCHE FLUIDISEE

Le nombre total de chocs N_{ex} obtenu après un comptage est défini par

$$N_{ex} = \int_0^{\infty} N(V) dV = \int_0^{\infty} D(E_x) dE_x$$

1) La figure 10 A montre comment varie la porosité locale d'un lit fluidisé de porosité moyenne ϵ de la base au sommet du lit : du fait de la dispersion granulométrique des lots de particules étudiés, on constate une augmentation de la porosité locale, c'est-à-dire une diminution du nombre de grains par unité de volume de la base au sommet du lit (C1, A1).

Par conséquent, à une porosité moyenne donnée, on peut s'attendre à ce que le nombre de chocs N_{ex} sur la membrane du capteur pendant un temps donné diminue de la base au sommet du lit.

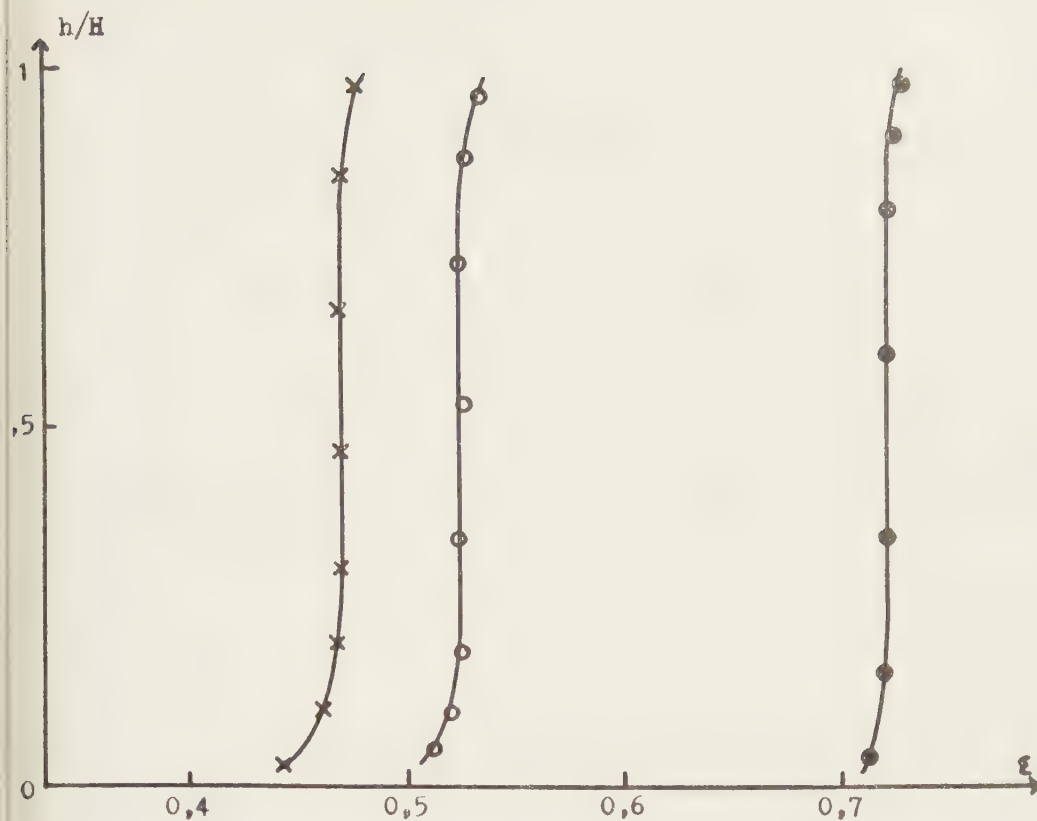
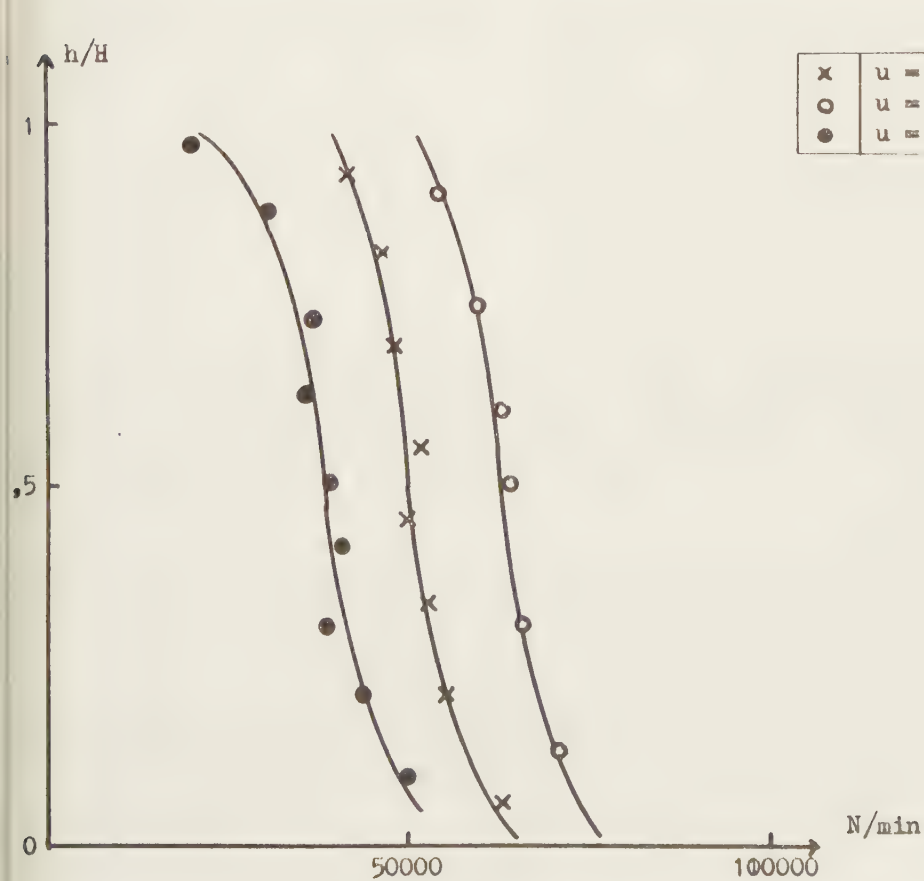


FIGURE -10 A-

Variations de la
porosité en fonction
de la cote h au
dessus de la grille



billes de verre $d_p = 1040 \mu$

x	$u = 1,80 \text{ cm/s}$	$\bar{\xi} = 0,472$	$H = 15 \text{ cm}$
o	$u = 2,54 \text{ cm/s}$	$\bar{\xi} = 0,524$	$H = 18,4 \text{ cm}$
•	$u = 6,50 \text{ cm/s}$	$\bar{\xi} = 0,722$	$H = 31 \text{ cm}$

FIGURE -10 B-

Variations du nombre
de chocs en fonction
de la cote h au
dessus de la grille

- C'est ce que nous avons vérifié. La figure 10 B montre, pour trois porosités moyennes différentes, le profil obtenu pour le nombre N_{ex} en faisant varier la distance h du microphone à la grille, H étant la hauteur totale du lit fluidisé.

On constate qu'il existe cependant une zone médiane dans laquelle N_{ex} peut être considéré comme constant.

2) Energie cinétique par unité de volume du lit

- Pour chacune de ces expériences, nous avons calculé le premier moment $\bar{E}_1$ de la distribution des énergies. Pour une porosité moyenne donnée nous n'avons pas observé de variations notables de cette grandeur le long de l'axe du lit.

Or l'énergie cinétique moyenne d'une particule est

$$\bar{E} = \bar{E}_x + \bar{E}_y + \bar{E}_z \quad \text{Avec } \bar{E}_1 = 2 \bar{E}_x$$

Si l'on admet que l'énergie cinétique est *équirépartie*, c'est-à-dire que

$$E_x = E_y = E_z$$

la valeur de $\bar{E}$ se déduit de celle de E_1 par la relation

$$\bar{E} = 3 \bar{E}_x = \frac{3}{2} \bar{E}_1$$

Donc l'énergie cinétique d'agitation des grains par unité de volume du lit serait

$$= \frac{6(1-\epsilon)}{\pi d_g^3} \bar{E}$$

Comme, à une porosité moyenne donnée, la porosité locale augmente de la base au sommet du lit, et que $\bar{E}_1$ reste constant, la grandeur diminue de la base au sommet du lit. Cependant, ce résultat est sujet à caution car nous ne savons pas si l'énergie cinétique des particules est équirépartie de la base au sommet du lit.

3) Le capteur étant alors placé au centre du lit, nous avons fait tourner la membrane autour de l'axe du lit, tout en la maintenant verticale. Le nombre de chocs N_{ex} ainsi que la grandeur $\bar{E}_1$ sont restés constants.

4) Nous avons aussi fait varier la position du microphone radialement, et là encore, N_{ex} et $\bar{E}_1$ sont restés constants. Toutefois, lorsque la membrane était proche de la paroi de la colonne, et orientée en regard de celle-ci, nous avons observé un accroissement très sensible de N_{ex} , mais ce

résultat est sans intérêt, car il est certain que cette configuration perturbe beaucoup l'écoulement du fluide.

Tous ces résultats, nous ont amenés à placer le capteur au centre du lit fluidisé à étudier, dans la zone où l'on peut considérer N_{ex} et $\bar{E}_1$ comme constants.

13 - VARIATION DE $\bar{E}_1$ AVEC LES DIFFERENTS PARAMETRES DE LA FLUIDISATION

Le tableau suivant donne les différents systèmes que nous avons étudiés

S O L I D E			F L U I D E		
Matière	d_g (μ)	ρ_s (g/cm ³)	Nature	ρ_f (g/cm ³)	η (c _p)
Verre	596	2,71	eau	1,00	1,00
Verre	800	2,65	eau	1,00	1,00
Verre	843	2,69	eau	1,00	1,00
Verre	1040	2,78	eau	1,00	1,00
Verre	1490	2,49	eau	1,00	1,00
Carbone	1040	1,88	eau	1,00	1,00
Bronze	550	8,60	eau	1,00	1,00
Verre	1040	2,78	eau+alcool+glycol	1,02	2,60
Verre	1040	2,78	alcool+glycol	1,02	5,75

Pour chaque système, nous avons fait varier la porosité du minimum de fluidisation ϵ_{mf} à $\epsilon = 0,85$ environ.

Nous disposons donc des 6 paramètres suivants :

d_g	diamètre moyen d'une particule
ρ_g	masse volumique d'une particule
η^s	viscosité du fluide
ρ_f	masse volumique du fluide
u	vitesse du fluide en fût vide
ϵ	porosité moyenne de la couche fluidisée

Le dernier paramètre ϵ est une fonction des 5 premiers.

131 - Influence de la vitesse de fluidisation u et de la porosité ϵ

1311 - Existence d'une discontinuité au minimum de fluidisation

Les figures 11 et 12 montrent les variations de $\bar{E}_1$

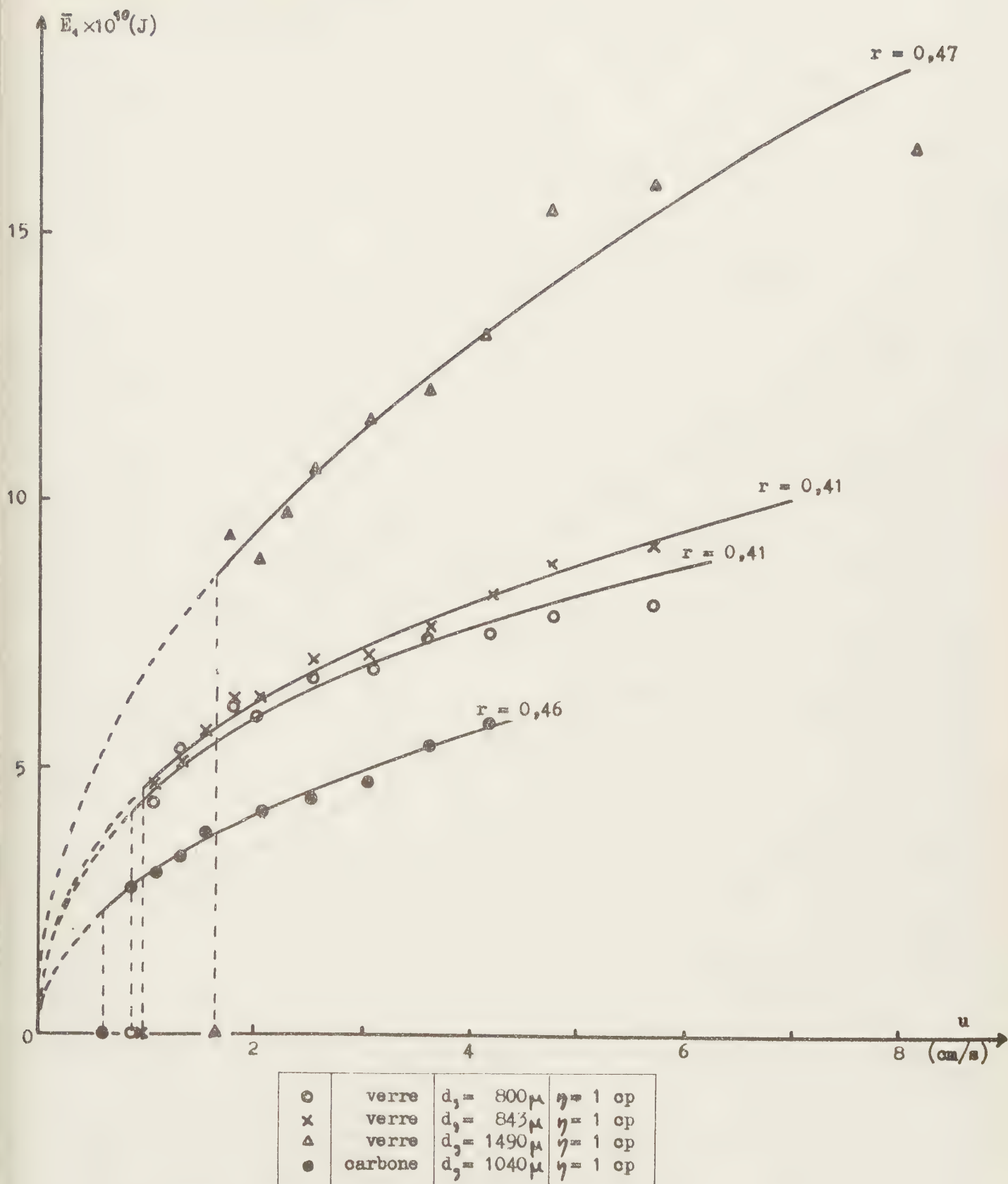


FIGURE -11- Variations de $\bar{E}_1$ avec la vitesse de fluidisation

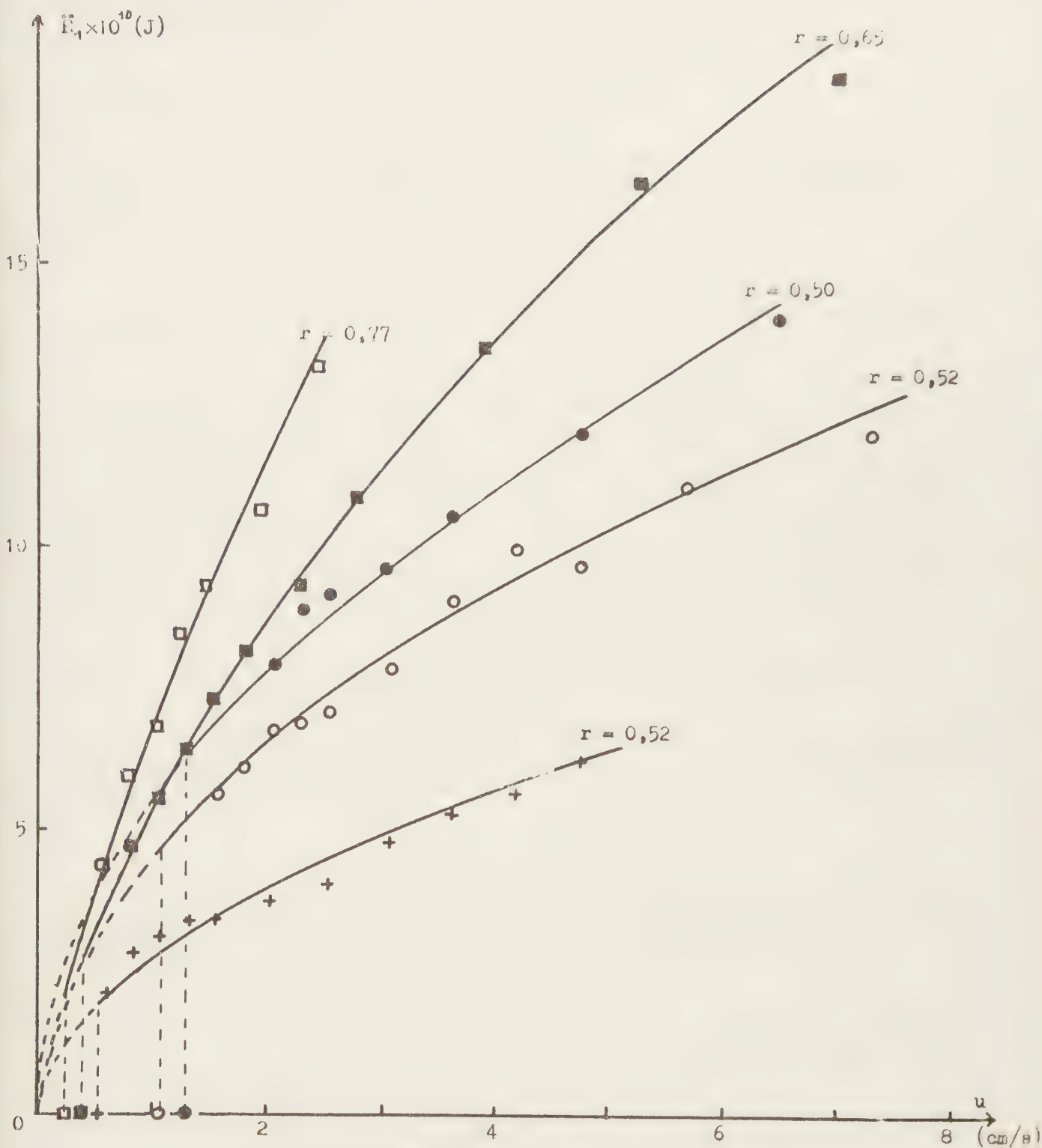


FIGURE -12- Variations de $\bar{E}_1$ avec la vitesse de fluidisation

en fonction de u pour chaque système étudié.

a) Pour les valeurs de u supérieures à la vitesse minimale de fluidisation, on peut représenter ces variations par des fonctions puissances

$$\bar{E}_1 = \lambda u^r \quad (1) \quad \text{pour } u > u_{mf}$$

Les valeurs de l'exposant r sont assez voisines de 0,5 pour chaque système étudié.

b) Un résultat intéressant est que, dans un intervalle $\Delta u/u$ sensiblement égal à 5 %, l'énergie cinétique $\bar{E}_1$ passe de la valeur zéro à la valeur "normale" donnée par la relation (1) précédente. Autrement dit, il n'y a pas augmentation progressive de l'énergie cinétique des particules lorsqu'elles passent du lit fixe à l'état fluidisé, mais il y a une discontinuité. Une grandeur qui présente aussi une discontinuité dans le passage à l'état fluidisé est la dérivée de la perte de charge dans le lit par rapport à la vitesse de fluidisation. Il est donc remarquable que le passage à l'état fluidisé se traduise aussi par une discontinuité dans les variations d'une grandeur microscopique, l'énergie cinétique des particules.

c) La figure 13 donne les variations de $\bar{E}_1$ en fonction de la porosité moyenne ϵ pour les cinq lots de billes de verre étudiés, pour lesquels la porosité au minimum de fluidisation est la même ($\epsilon_{mf} = 0,390$).

Cette fois, la discontinuité est très évidente, et les courbes qui présentent une légère concavité vers le haut, peuvent être aussi représentées par des fonctions puissances

$$\bar{E}_1 = \mu \epsilon^{r'} \quad (2) \quad \text{pour } \epsilon > \epsilon_{mf}$$

Les valeurs de r' , assez voisines de l'unité, correspondent au produit de l'exposant r de la relation (1) par l'exposant r'' de la loi de RICHARDSON et ZAKI qui décrit l'expansion des lits fluidisés.

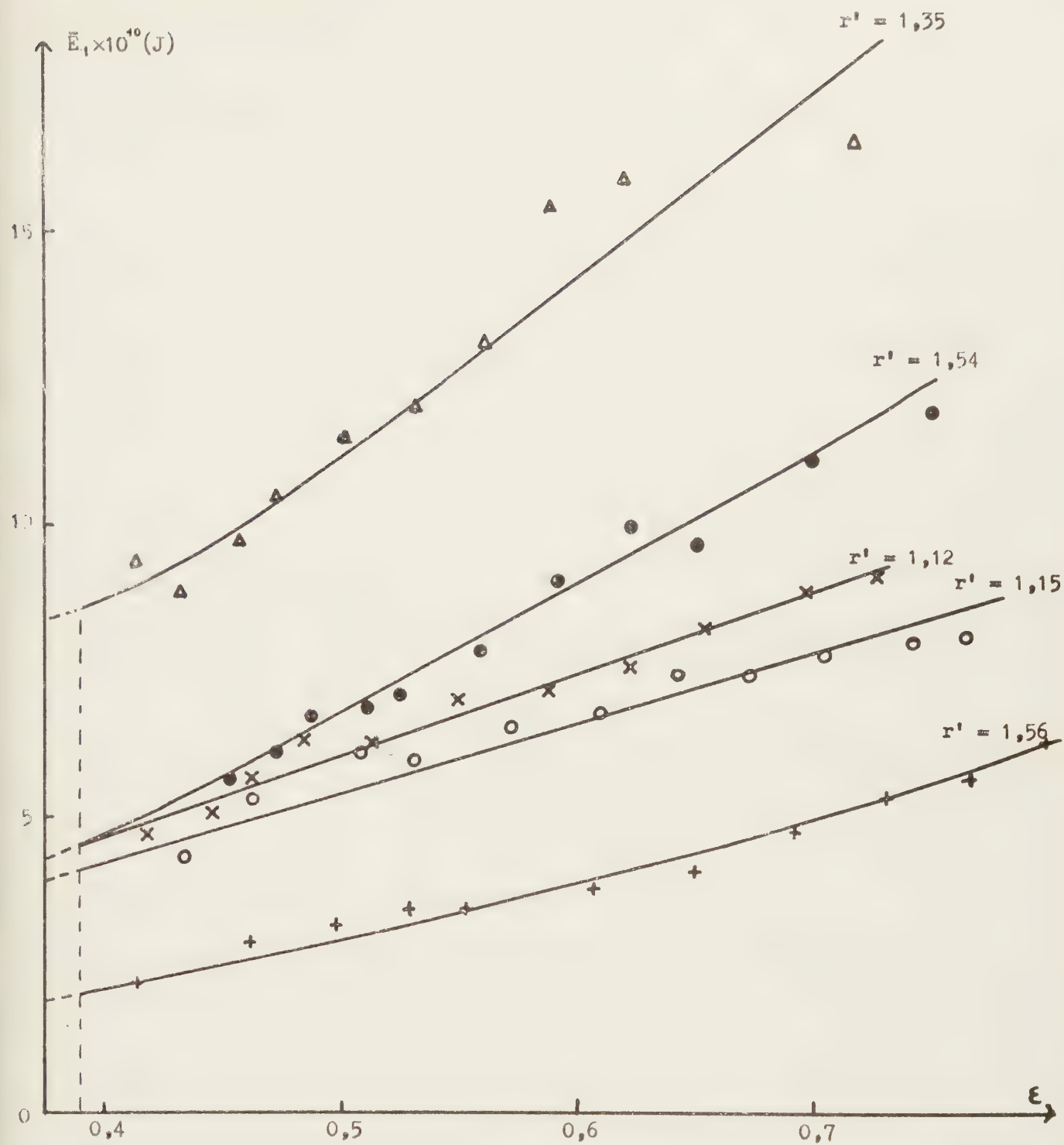
$$\frac{u}{u_L} = \epsilon^{r''} \quad (3) \quad \begin{array}{l} u_L \text{ étant la vitesse} \\ \text{limite de chute li-} \\ \text{bre d'un grain} \end{array}$$

En combinant (1) et (3), on obtient en effet

$$\bar{E}_1 = \lambda u_L^r \epsilon^{rr''} \quad \text{qui a la même forme que (2)}$$

1312 - Energie cinétique des grains et énergie cinétique du fluide

L'énergie mécanique perdue, *par unité de temps*, par



billes de verre $\eta = 1 \text{ cp}$

+	$d_g = 596 \mu$
o	$d_g = 800 \mu$
x	$d_g = 843 \mu$
•	$d_g = 1040 \mu$
Δ	$d_g = 1490 \mu$

FIGURE -13- Variations de $\bar{E}$ avec la porosité

le fluide, à sa traversée du lit fluidisé est, pour une vitesse de fluidisation u donnée

$$\Delta E_f = \Omega u \Delta p$$

Ω étant l'aire de la section droite de la colonne de fluidisation, et Δp la perte de charge subie par le fluide dans la couche fluidisée. Ce terme ΔE_f a donc les dimensions d'une *puissance mécanique*.

D'autre part, la détermination de $\bar{E}_1 = \frac{2}{3} \bar{E}$ conduit à l'énergie cinétique d'agitation des grains, qui serait

$$E_g = \frac{M}{\rho_s v_g} \bar{E}$$

M étant la masse totale du lit fluidisé, et v_g le volume d'une particule.

On ne peut donc pas comparer les grandeurs E_g et ΔE_f qui n'ont pas les mêmes dimensions.

Il nous a cependant paru intéressant de comparer l'énergie cinétique d'agitation des grains à leur énergie potentielle d'expansion :

l'énergie cinétique moyenne d'un grain est $\bar{E} = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$

l'énergie potentielle moyenne d'un grain du lit en expansion est celle correspondant à un grain situé au milieu du lit, soit à la cote $Z/2$ (où Z est la hauteur du lit) :

$$E_p = m g \frac{Z - Z_m}{2}$$

où Z_m est la hauteur du lit au minimum de fluidisation.

Le rapport de ces deux grandeurs E_p et $\bar{E}$ est analogue à un nombre de FROUDE :

$$Fr = \frac{\overline{v^2}}{g(Z - Z_m)}$$

Exprimons Fr en fonction des grandeurs mesurées, il vient :

$$\frac{\overline{v^2}}{v_x^2} = \frac{2 \bar{E}}{m v_x^2} = 3 \frac{\bar{E}_1}{m v_x^2}$$

$$Z - Z_m = \frac{M}{\rho_s \Omega} \frac{\epsilon - \epsilon_m}{(1 - \epsilon)(1 - \epsilon_m)}$$

d'où

$$Fr = \frac{3 \bar{E}_1}{mg} \frac{\rho_s}{M} \frac{\Omega (1-\epsilon)(1-\epsilon_m)}{\epsilon - \epsilon_m}$$

Ce nombre caractérise en quelque sorte l'efficacité de la fluidisation.

La figure 14 présente les variations de Fr pour 5 lots de billes de verre fluidisées par de l'eau. On constate que :

1) Fr est infiniment grand au minimum de fluidisation ($\epsilon_{mf} = 0,39$) Ceci correspond bien au fait que l'énergie cinétique croît brusquement de zéro à une valeur finie non nulle alors que l'énergie potentielle d'expansion reste pratiquement nulle (ϵ ne croît que lentement à partir de ϵ_{mf}).

2) Dès que la porosité est supérieure à celle du minimum de fluidisation, Fr décroît très vite et devient inférieur à l'unité (il est d'ailleurs impossible de déterminer la valeur de ϵ pour laquelle $Fr = 1$).

3) Dans presque tout le domaine de la fluidisation, l'énergie cinétique des grains est très petite devant leur énergie potentielle d'expansion ($Fr < 10^{-2}$). Ce résultat est caractéristique de la fluidisation homogène.

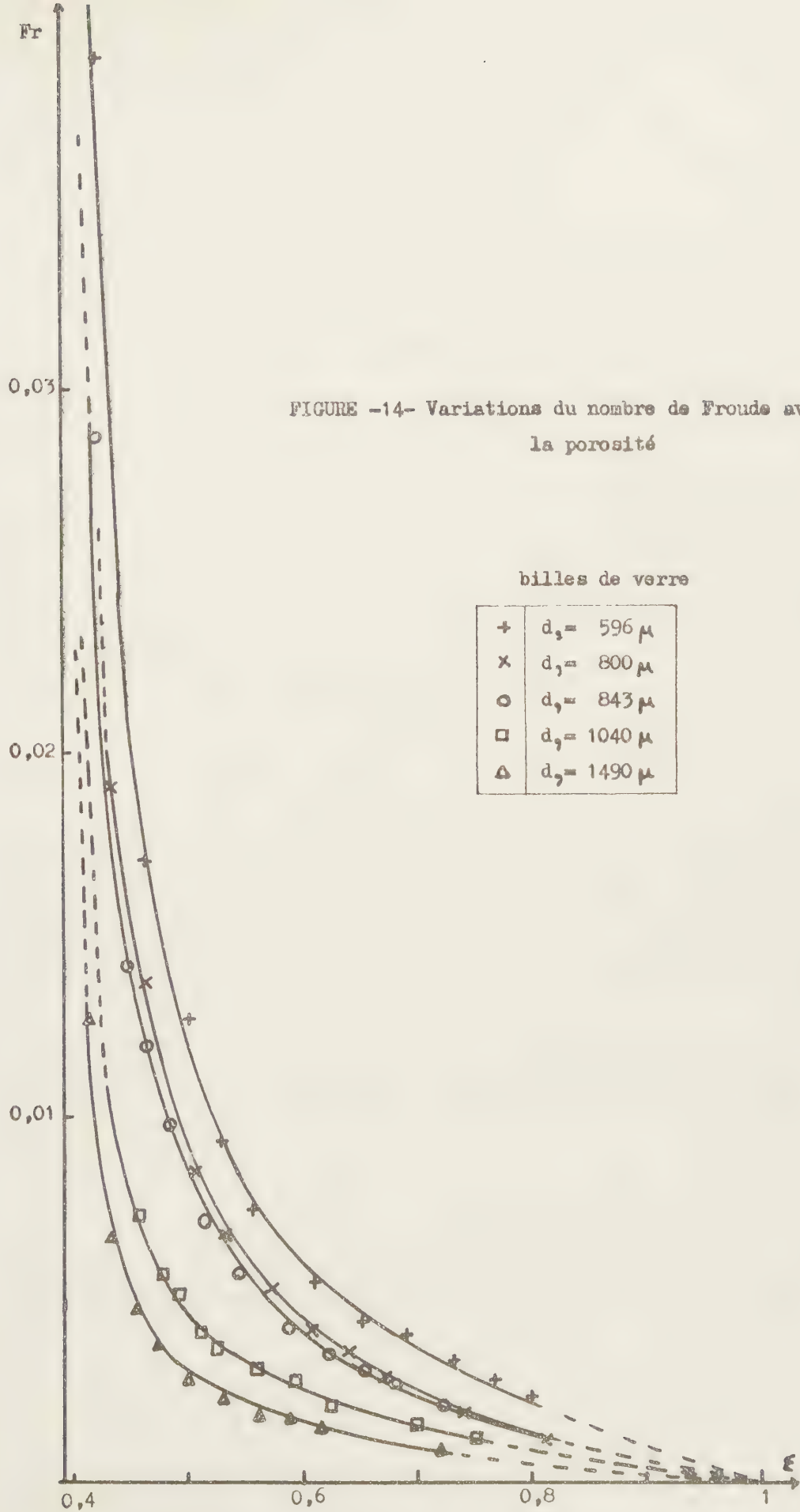
132 - Influence de tous les paramètres : relation empirique

Nous avons effectué une recherche systématique de l'influence des paramètres ρ_s , d_g , η en fixant dans la mesure du possible deux paramètres sur trois, et en étudiant alors les variations de $\bar{E}_1$ en fonction de la vitesse interstitielle u/ϵ

Nous disposions en effet :

- | | |
|-----------------------|---|
| $\rho_s = \text{cte}$ | 1) de 5 lots de billes de verre de densités sensiblement |
| $\eta = \text{cte}$ | identiques, et de diamètres différents, fluidisés dans de |
| d_g variable | l'eau de viscosité $\eta = 1,00$ centipoise |
| $d_g = \text{cte}$ | 2) d'un lot de billes de verre et d'un lot de billes de car- |
| $\eta = \text{cte}$ | bone de même diamètre (1040 μ), fluidisées par de l'eau |
| ρ_s variable | de viscosité $\eta = 1,00$ centipoise |
| $d_g = \text{cte}$ | 3) d'un lot de billes de verre (1040 μ), que nous avons étu- |
| $\rho_s = \text{cte}$ | dié avec trois viscosités différentes : |
| η variable | $\eta = 1,00$; 2,60 ; et 5,75 centipoises |

Nous avons pu déterminer que $\bar{E}_1$ variait comme



$$(\rho_s - \rho_f)^{0,38}$$

$$\frac{u}{\epsilon}^{0,66}$$

$$(d_g)^{0,66}$$

$$\eta^{0,28}$$

L'ensemble des résultats peut s'écrire, en unités M.K.S A

$\bar{E}_1 = 9,13 \times 10^{-6} (\rho_s - \rho_f)^{0,38} \frac{u}{\epsilon}^{0,66} (d_g)^{0,66} \eta^{0,28} \quad (4)$
Joule kg/m ³ m/s m kg/m/s

Cette relation peut s'écrire

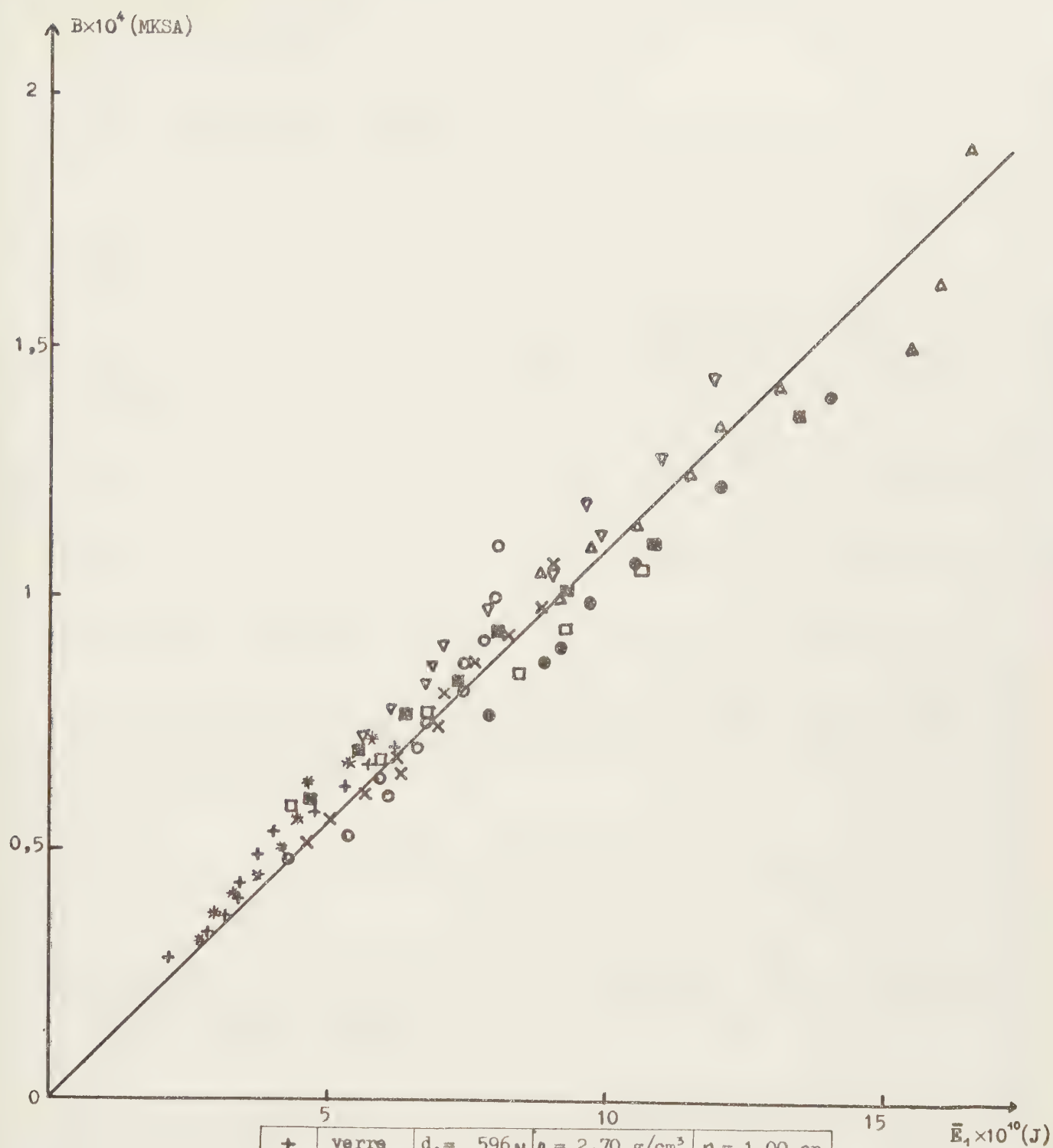
$$\bar{E}_1 = 9,13 \times 10^{-6} \times B(\rho_s, \rho_f, \eta, d_g, \frac{u}{\epsilon}) \quad (5)$$

Sur la figure 15 nous avons porté nos points expérimentaux et la droite représentant l'équation (5) on peut voir que, compte tenu de l'indétermination sur les valeurs de $\bar{E}_1$ qu'il nous est difficile d'évaluer, mais que nous chiffrons à 20 % au moins, les points expérimentaux se regroupent bien de part et d'autre de la droite. Il est donc tout à fait remarquable que nous puissions représenter *tous* nos résultats expérimentaux par une relation *évidemment empirique*, mais qui permet de se rendre compte de l'influence de chaque paramètre.

Remarques : 1) Dans la relation (5) le paramètre ϵ est une fonction de ρ_s, ρ_f, η, u et d_g . Ce n'est donc pas un paramètre indépendant, et on peut l'éliminer en tenant compte de la loi d'expansion du lit fluidisé étudié qui est correctement décrite par une formule du type RICHARDSON et ZAKI:

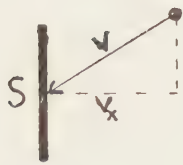
$$\frac{u}{u_L} = \epsilon^{r''} \quad (6)$$

2) Nous avons cherché en vain à mettre ces résultats sous forme d'une relation entre groupes adimensionnels (critères de Froude, de Reynolds, etc...) mais aucune relation simple n'a pu être dégagée.



+	verre	$d_s = 596 \mu$	$\rho_s = 2,70 \text{ g/cm}^3$	$\eta = 1,00 \text{ op}$
o	"	$d_s = 800 \mu$	$\rho_s = 2,65 \text{ "}$	$\eta = 1,00 \text{ "}$
x	"	$d_s = 843 \mu$	$\rho_s = 2,69 \text{ "}$	$\eta = 1,00 \text{ "}$
v	"	$d_s = 1040 \mu$	$\rho_s = 2,78 \text{ "}$	$\eta = 1,00 \text{ "}$
△	"	$d_s = 1490 \mu$	$\rho_s = 2,49 \text{ "}$	$\eta = 1,00 \text{ "}$
*	carbone	$d_s = 1040 \mu$	$\rho_s = 1,88 \text{ "}$	$\eta = 1,00 \text{ "}$
●	bronze	$d_s = 550 \mu$	$\rho_s = 8,60 \text{ "}$	$\eta = 1,00 \text{ "}$
■	verre	$d_s = 1040 \mu$	$\rho_s = 2,78 \text{ "}$	$\eta = 2,60 \text{ "}$
□	"	$d_s = 1040 \mu$	$\rho_s = 2,78 \text{ "}$	$\eta = 5,75 \text{ "}$

FIGURE -15- Relation empirique entre $\bar{E}_1$ et les paramètres de la fluidisation



Les courbes pointillées des figures 16, 17 et 18 donnent quelques résultats obtenus pour $D(E_x)$ en fonction de E_x après déconvolution.

Rappelons que $D(E_x) dE_x$ est le nombre de particules qui ont frappé la surface S du capteur pendant la durée du comptage avec une composante horizontale de vitesse v_x comprise entre v_x et $v_x + dv_x$, c'est-à-dire une énergie dans la direction O_x comprise entre E_x et $E_x + dE_x$.

1) On remarque que toutes ces courbes ont la même allure générale quelque soit le système étudié, et quelque soit la vitesse de fluidisation u .

2) Toutes ces courbes sont fortement décroissantes lorsque E_x croît.

3) La pente de la tangente au point de l'axe des ordonnées est d'autant plus faible que la vitesse de fluidisation est plus grande.

4) Enfin, les points expérimentaux, portés en coordonnées semi-logarithmiques $|\log \{D(E_x)\}, E_x|$ semblent s'aligner sensiblement sur une droite, comme nous avons pu le voir sur la figure 9. $D(E_x)$ peut donc être représentée par une exponentielle du type

$$D(E_x) = \alpha \exp (-\beta E_x)$$

Nous allons en donner une interprétation théorique.

2 - INTERPRETATION THEORIQUE DES RESULTATS PRECEDENTS . ANALOGIE FORMELLE

AVEC LA THEORIE CINETIQUE DES GAZ

Nous avons repris ici l'analogie avec la théorie cinétique des gaz déjà présentée (B1), mais nous l'avons améliorée en assimilant le mouvement des particules du lit fluidisé à celui des molécules d'un gaz qui présenterait une *anisotropie* elliptique dans la distribution des vecteurs vitesses *.

* Nous remercions Monsieur le Professeur VILLERMAUX de nous avoir aidé à effectuer ces calculs

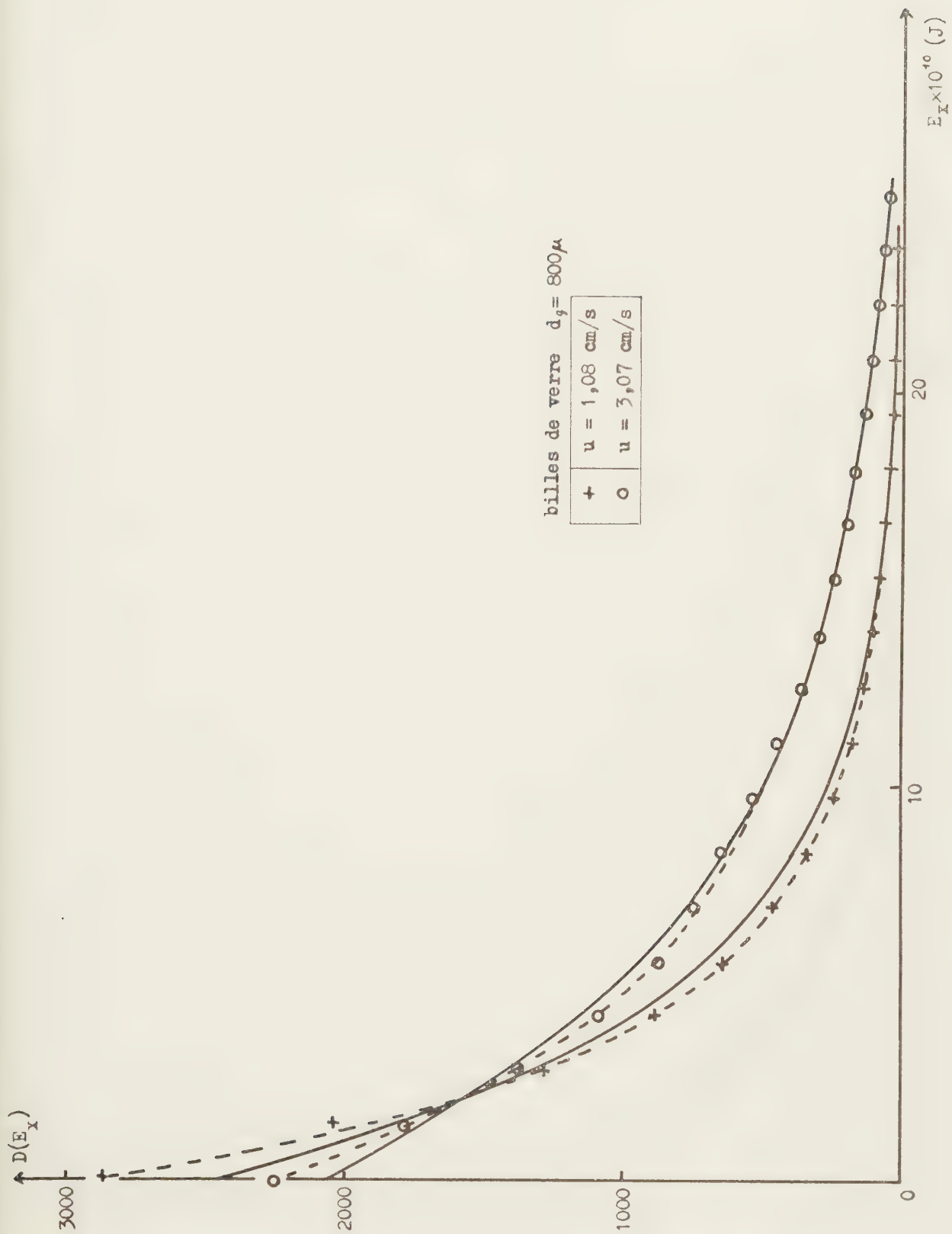


FIGURE -16- Résultats après déconvolution

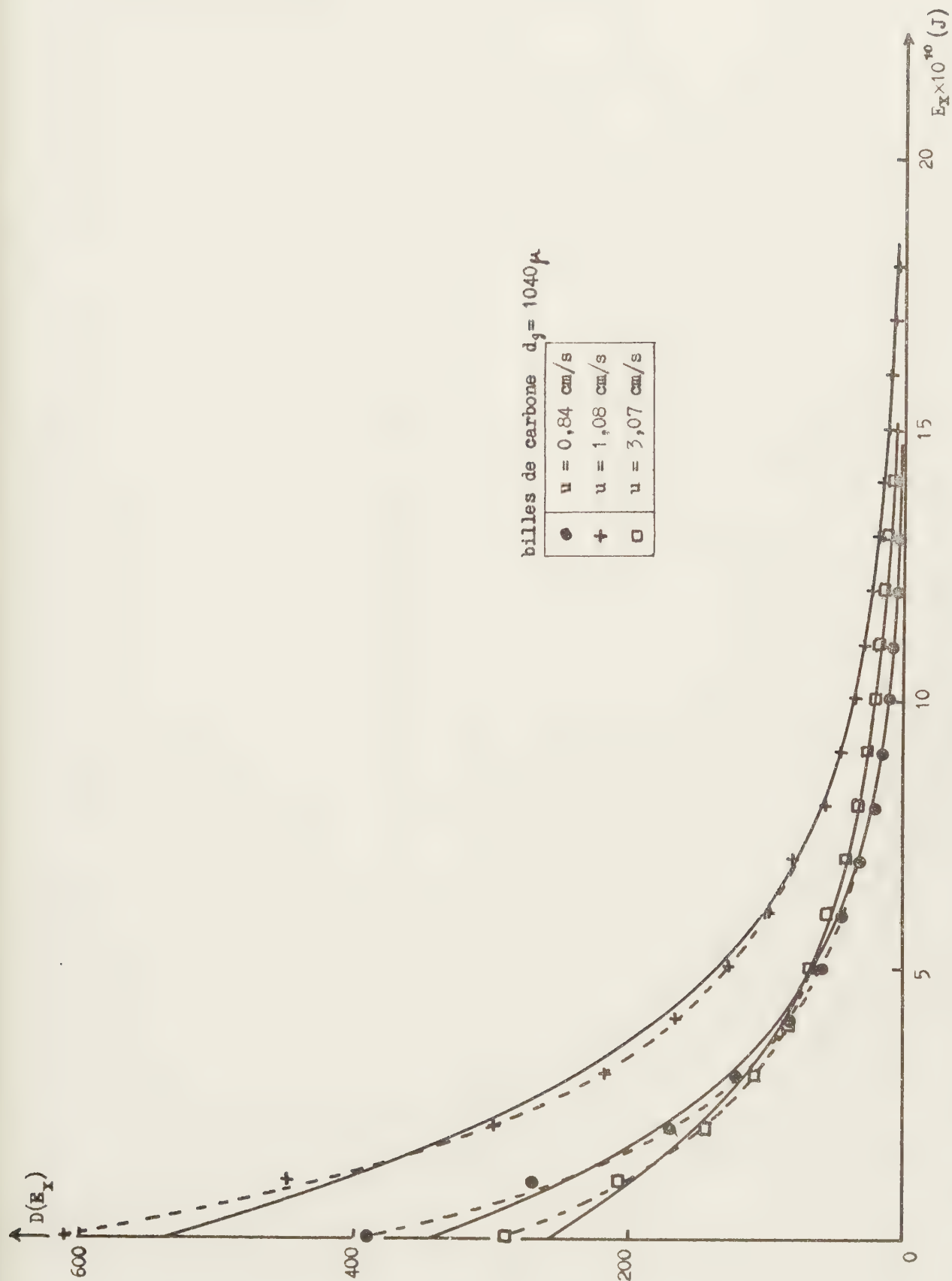


FIGURE -17- Résultats après déconvolution

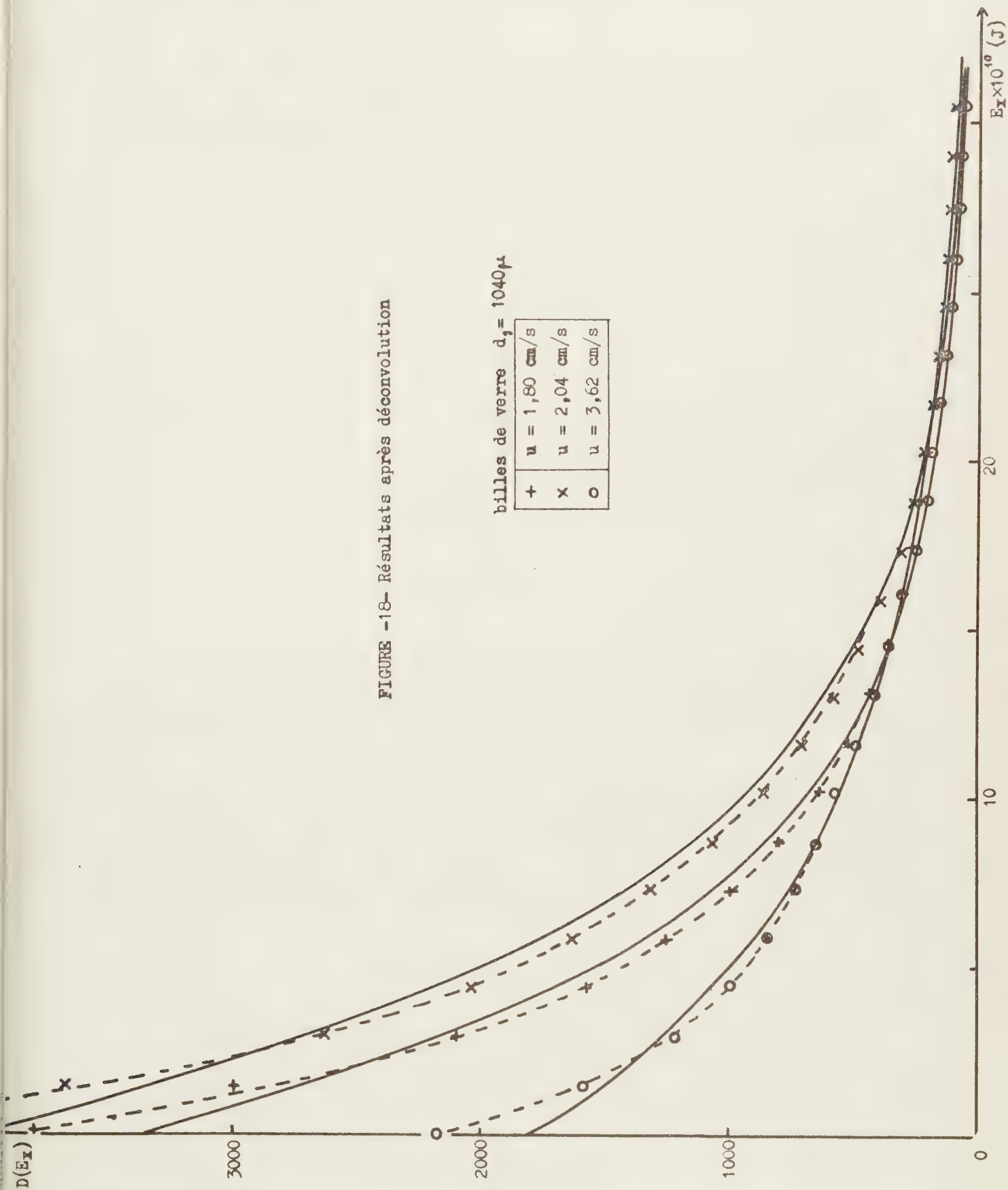
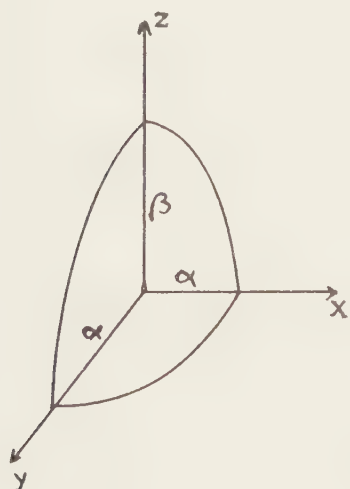


FIGURE -18- Résultats après déconvolution

Pour un gaz, les densités de probabilité des composantes de la vitesse d'une molécule suivent la loi normale. En reprenant les notations indiquées au début de ce chapitre, pour le lit fluidisé, les densités de probabilité des composantes v_x , v_y et v_z de la vitesse v d'une particule s'écriront par analogie :



$$F(v_x) = \frac{1}{\alpha\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{v_x^2}{\alpha^2}\right) \quad \text{Avec } \overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \frac{1}{2} \alpha^2$$

$$G(v_y) = \frac{1}{\alpha\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{v_y^2}{\alpha^2}\right)$$

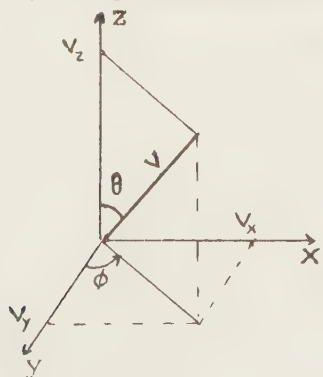
$$H(v_z) = \frac{1}{\beta\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{v_z^2}{\beta^2}\right) \quad \text{Avec } \overline{v_z^2} = \frac{1}{2} \beta^2$$

Nous définissons alors le degré d'anisotropie K par le rapport du grand axe au petit avec de l'ellipsoïde de révolution :

$$K = \frac{\beta}{\alpha} = \sqrt{\frac{\overline{v_z^2}}{\overline{v_y^2}}}$$

Si nous postulons alors l'indépendance des trois composantes v_x , v_y et v_z , nous pouvons alors, en appliquant le théorème des probabilités composées, déterminer la probabilité $g(v, \theta) dv d\theta$ pour que la vitesse v d'une particule soit comprise entre v et $v + dv$ dans une direction faisant avec O_z un angle compris entre θ et $\theta + d\theta$.

Remarque : La notion d'indépendance entre des grandeurs est très difficile à expliciter, et relève plutôt de la philosophie. Dire que v_x , v_y et v_z sont indépendantes signifie qu'il n'existe pas de relation, si complexe qu'elle soit, entre ces grandeurs. En statistique, lorsqu'on exprime que deux grandeurs sont indépendantes, cela signifie que l'on a pas pu trouver entre elles de corrélation dans le temps ou dans l'espace, mais on ne peut généralement pas montrer qu'il n'en existe pas.



Le calcul de $g(v, \theta)$ est fait en annexe IV, et aboutit à la relation suivante :

$$g(v, \theta) dv d\theta = \int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} f_1(v, \theta, \phi) dv d\theta d\phi \quad (7)$$

$$\text{Avec } f_1(v, \theta, \phi) = \frac{1}{\alpha^2 \beta \pi^{3/2}} \exp \left[-v^2 \left(\frac{\sin^2 \theta}{\alpha^2} + \frac{\cos^2 \theta}{\beta^2} \right) \right] v^2 \sin \theta \quad (8)$$

21 - EXPRESSION DU NOMBRE DE CHOCS SUR LA MEMBRANE

A partir de la relation (8), on peut déterminer le nombre dv de particules qui frapperont une surface unité perpendiculaire à la direction O_x pendant l'unité de temps avec une énergie comprise entre E_x et $E_x + dE_x$ (avec une composante v_x comprise entre v_x et $v_x + dv_x$).

Ce calcul, assez long, est effectué en annexe IV, d'une manière identique au calcul du nombre de chocs des molécules d'un gaz sur une surface, mais avec des intégrations supplémentaires sur θ et ϕ pour tenir compte de l'anisotropie. On obtient finalement le résultat très simple suivant

$$dv = \frac{n}{\alpha \sqrt{\pi} m} \exp \left(-\frac{2E_x}{m\alpha^2} \right) dE_x \quad (9)$$

n étant le nombre de particules par unité de volume.

Par définition :

$$\frac{1}{2} m \overline{v_x^2} = \bar{E}_x = m \frac{\alpha^2}{4}$$

Donc la relation (9) peut s'écrire

$$dv = \frac{n}{2} \frac{1}{\sqrt{\pi m}} \frac{1}{(\bar{E}_x)^{1/2}} \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{E_x}{\bar{E}_x} \right) dE_x \quad (10)$$

Un résultat remarquable est que la grandeur β ne figure pas dans (9), et donc que le degré d'anisotropie K n'intervient pas dans la valeur de v . v est donc uniquement fonction de la valeur quadratique moyenne $\sqrt{\overline{v_x^2}}$ de la composante horizontale des vitesses.

Si l'on pose alors

$$\phi \left(E_x, \bar{E}_x \right) = \frac{n}{2} \frac{1}{\sqrt{\pi m}} \frac{1}{(\bar{E}_x)^{1/2}} \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{E_x}{\bar{E}_x} \right)$$

la relation (10) s'écrit

$$dv = \phi(E_x, \bar{E}_x) dE_x$$

La fonction $\phi(E_x, \bar{E}_x)$ est une exponentielle décroissante dont la pente de la tangente au point de coordonnées $[0, \phi(0, \bar{E}_x)]$ ne dépend que de $\bar{E}_x$.

Nous avons donc cherché si les distributions expérimentales $D(E_x)$ que nous avons obtenues pouvaient être représentées par la fonction

$$\phi(E_x, \bar{E}_x, \mu) = \mu \phi(E_x, \bar{E}_x)$$

En calculant les valeurs de μ et $\bar{E}_x$ de façon à obtenir le minimum de l'expression

$$S_D(\bar{E}_x, \mu) = \left[\phi(E_x, \bar{E}_x, \mu) - D(E_x) \right]^2$$

μ est un paramètre adimensionnel tel que la quantité

$$\int_0^\infty \phi(E_x, \bar{E}_x, \mu) dE_x$$

représente le nombre total N_{ex} de particules qui ont frappé la surface S de la membrane du capteur pendant la durée du comptage (3 minutes).

Les courbes en trait plein des figures 16, 17 et 18 représentent les fonctions $\phi(E_x, \bar{E}_x, \mu)$ ainsi déterminées.

On constate que ces courbes théoriques concordent assez bien avec les courbes expérimentales, sauf dans la zone correspondant à E_x voisin de zéro, c'est-à-dire la zone correspondant à l'extrapolation des résultats expérimentaux. Nous verrons plus loin que ce résultat est en accord avec ceux d'autres auteurs.

On peut donc admettre que $D(E_x)$ est correctement représentée par

$$D(E_x) = \phi(E_x, \bar{E}_x, \mu) = \mu \frac{n}{2} \frac{1}{\sqrt{\pi m}} \frac{1}{(\bar{E}_x)^{1/2}} \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{E_x}{\bar{E}_x} \right) = \mu \phi(E_x, \bar{E}_x) \quad (11)$$

22 - EXPRESSION DE $\bar{E}_1$ A PARTIR DE $\bar{E}_x$

La valeur de $\bar{E}_1$, premier moment de $D(E_x)$ se déduit alors aisément de la relation (11) :

$$\bar{E}_1 = \frac{\int_0^\infty \mu \phi(E_x, \bar{E}_x) E_x dE_x}{\int_0^\infty \mu \phi(E_x, \bar{E}_x) dE_x} = \frac{\int_0^\infty E_x \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{E_x}{\bar{E}_x} \right) dE_x}{\int_0^\infty \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{E_x}{\bar{E}_x} \right) dE_x}$$

et on obtient

$$\boxed{\bar{E}_1 = 2 \bar{E}_x}$$

relation que nous avons indiquée au paragraphe 11 de ce chapitre.

Donc, les hypothèses selon lesquelles la distribution des composantes des vitesses des particules du lit fluidisé sont Maxwelliennes semblent justifiées, et la valeur de $\bar{E}_1$ permet de calculer directement la va-

leur de $\bar{E}_x = \frac{1}{2} m \overline{v_x^2}$. MAZO (M1) montre d'ailleurs que si $P(x, v_x, t)$ est la probabilité pour qu'une particule, en mouvement brownien dans un ensemble de particules, ait la position x et la vitesse v_x à l'instant t , $P(x, v_x, t)$ approche la distribution Maxwellienne des vitesses lorsque t tend vers l'infini, c'est-à-dire

$$P(x, v_x, t) \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} \text{constante} \exp \left(- \frac{v_x^2}{\alpha^2} \right)$$

Soit encore

$$P(x, v_x, t) \rightarrow F(v_x) = \frac{1}{\alpha \sqrt{\pi}} \exp \left(- \frac{v_x^2}{\alpha^2} \right)$$

23 - VITESSE QUADRATIQUE MOYENNE DES PARTICULES : INFLUENCE DE L'ANISOTROPIE

Nous avons défini le degré d'anisotropie K dans la distribution des vecteurs vitesses par le rapport

$$K = \frac{\beta}{\alpha} = \sqrt{\frac{\overline{v_z^2}}{\overline{v_x^2}}} = \sqrt{\frac{\bar{E}_z}{\bar{E}_x}}$$

L'énergie cinétique moyenne d'une particule est

$$\bar{E} = \bar{E}_x + \bar{E}_y + \bar{E}_z = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$$

Puisque $\bar{E}_x = \bar{E}_y$, on peut donc écrire

$$\bar{E} = \bar{E}_x (2 + K^2)$$

Et on déduit alors la vitesse quadratique moyenne d'une particule

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{(2+K^2)} \sqrt{\overline{v_x^2}} \quad \text{avec} \quad \overline{v_x^2} = \frac{2\bar{E}_x}{m} = \frac{\bar{E}_1}{m}$$

La connaissance de $\bar{E}_1$ permet donc de calculer la vitesse quadratique moyenne d'une particule, à condition de faire une hypothèse sur la valeur du degré d'anisotropie K.

Le tableau T donne les valeurs de $\sqrt{v^2}$ pour les différents systèmes étudiés dans le cas de l'isotropie ($K = 1$). Quelques auteurs (C2, H1, V1) ont pu mesurer K pour des grandes vitesses de fluidisation ($\epsilon > 0,7$), et leurs résultats montrent que K est compris entre 1,5 et 2,3 et reste sensiblement constant. Donc dans le cas d'une anisotropie, les valeurs de $\sqrt{v^2}$ précédentes seraient multipliées par le rapport $\sqrt{(2+K^2)/3}$, soit au maximum par le rapport 1,5.

24 - NOMBRE EXPERIMENTAL DE CHOCS ET NOMBRE THEORIQUE DE CHOCS

Le nombre de chocs expérimental N_{ex} sur la membrane pendant la durée du comptage est donné par

$$N_{ex} = \int_0^{\infty} D(E_x) dE_x = \mu \int_0^{\infty} \phi(E_x, \bar{E}_x) dE_x$$

Or, d'après la relation (10) le nombre de chocs total sur la surface S du capteur pendant la durée t du comptage devrait être

$$N_{th} = S \times t \cdot \int_0^{\infty} \phi(E_x, \bar{E}_x) dE_x$$

soit, après intégration

$$N_{th} = S \times t \cdot \frac{n\sqrt{v_x^2}}{\sqrt{2\pi}}$$

Le tableau T donne les valeurs obtenues pour N_{ex} et N_{th} pour chaque système étudié.

Pour tous ces systèmes, sauf pour les petites billes de verre ($d_g = 596 \mu$) et pour les plus grosses billes de verre ($d_g = 1490 \mu$), N_{ex} et N_{th} sont du même ordre de grandeur, mais cependant toujours différents.

Pour les petites billes de verre, on constate que N_{ex} est très inférieur à N_{th} , alors que pour les grosses billes, N_{ex} est très supérieur à N_{th} .

Pour interpréter ces différences, nous pouvons donner deux raisons

1) Il est possible que les chocs des petites billes de verre ne donnent pas lieu à plusieurs réponses, mais seulement à une seule, car leur

u cm/s	N _{ex}	N _{th}	E _l × 10 ¹⁰ (J)	$\sqrt{v_x}$ (cm/s)	$\sqrt{v_z}$ (cm/s)	u cm/s	N _{ex}	N _{th}	E _l × 10 ¹⁰ (J)	$\sqrt{v_x}$ (cm/s)	$\sqrt{v_z}$ (cm/s)	u cm/s	N _{ex}	N _{th}	E _l × 10 ¹⁰ (J)	$\sqrt{v_x}$ (cm/s)	$\sqrt{v_z}$ (cm/s)
0,60	10068	646000	2,16	2,68	4,64	1,08	102826	238000	4,33	2,47	4,28	1,08	95205	199000	4,64	2,34	4,05
0,84	28365	681000	2,83	3,07	5,32	1,32	112179	251000	5,34	2,74	4,74	1,32	124346	198000	5,05	2,45	4,24
1,08	52953	671000	3,14	3,24	5,61	1,55	130521	278000	6,83	3,10	5,37	1,55	145419	203000	5,65	2,59	4,48
1,32	52223	653000	3,39	3,36	5,82	1,80	126606	245000	6,08	2,92	5,06	1,80	138496	205000	6,29	2,73	4,73
1,55	49356	620000	3,41	3,37	5,84	2,04	120885	231000	5,94	2,89	5,00	2,04	128623	194000	6,23	2,72	4,71
2,04	36080	572000	3,77	3,54	6,13	2,54	83084	222000	6,59	3,04	5,26	2,54	91784	189000	6,97	2,87	4,97
2,54	27523	530000	4,05	3,68	6,37	3,07	72202	207000	6,80	3,10	5,37	3,07	88751	173000	7,06	2,88	4,99
3,07	19847	510000	4,80	4,00	6,93	3,62	54470	199000	7,46	3,24	5,61	3,62	65109	166000	7,56	2,99	5,18
3,62	14137	467000	5,30	4,21	7,29	4,18	52109	180000	7,44	3,23	5,59	4,18	52253	158000	8,20	3,12	5,40
4,18	10692	414000	5,64	4,34	7,52	4,75	42473	167000	7,75	3,30	5,71	4,75	42168	149000	8,81	3,23	5,59
4,75	7689	378000	6,22	4,56	7,90	5,70	35547	146000	7,92	3,34	5,78	5,70	33920	130000	9,06	3,27	5,66

Verre 1040 μ η = 1,00 cp Verre 1490 μ η = 1,00 cp Carbone 1040 μ η = 1,00 cp																	
u cm/s	N _{ex}	N _{th}	E _l × 10 ¹⁰ (J)	$\sqrt{v_x}$ (cm/s)	$\sqrt{v_z}$ (cm/s)	u cm/s	N _{ex}	N _{th}	E _l × 10 ¹⁰ (J)	$\sqrt{v_x}$ (cm/s)	$\sqrt{v_z}$ (cm/s)	u cm/s	N _{ex}	N _{th}	E _l × 10 ¹⁰ (J)	$\sqrt{v_x}$ (cm/s)	$\sqrt{v_z}$ (cm/s)
1,55	147489	78200	5,68	1,84	3,19	1,80	127204	22700	9,39	1,47	2,55	0,84	9862	54700	2,78	1,58	2,74
1,80	160550	78700	6,14	1,92	3,32	2,04	175956	21500	8,89	1,44	2,49	1,08	23458	53500	3,00	1,65	2,86
2,04	179432	79700	6,72	2,00	3,46	2,30	207927	21700	9,78	1,51	2,61	1,32	26063	52200	3,36	1,74	3,01
2,30	186149	77200	6,86	2,03	3,51	2,54	221982	21700	10,55	1,56	2,70	1,55	25025	52700	3,75	1,84	3,19
2,54	189092	76100	7,08	2,06	3,57	3,07	220873	21400	11,50	1,63	2,82	2,04	24162	48500	4,18	1,94	3,36
3,07	136620	74200	7,84	2,17	3,76	3,62	215327	20600	12,06	1,67	2,89	2,54	10841	44200	4,41	1,99	3,45
3,62	103621	73700	9,04	2,33	4,03	4,18	188376	20200	13,12	1,74	3,01	3,07	7412	39500	4,68	2,06	3,57
4,18	81176	71500	9,94	2,44	4,23	4,75	145123	20500	15,46	1,89	3,27	3,62	4322	36500	5,40	2,21	3,83
4,75	71436	65200	9,62	2,40	4,16	5,70	126175	18800	15,94	1,92	3,32	4,18	2552	32000	5,81	2,29	3,97
5,70	45153	60200	11,01	2,57	4,45	8,12	85137	14600	16,52	1,76	3,39						
7,30	30737	52300	11,94	2,68	4,64												

Bronze 550 μ η = 1,00 cp Verre 1040 μ η = 2,60 cp Verre 1040 μ η = 5,75 cp																	
u cm/s	N _{ex}	N _{th}	E _l × 10 ¹⁰ (J)	$\sqrt{v_x}$ (cm/s)	$\sqrt{v_z}$ (cm/s)	u cm/s	N _{ex}	N _{th}	E _l × 10 ¹⁰ (J)	$\sqrt{v_x}$ (cm/s)	$\sqrt{v_z}$ (cm/s)	u cm/s	N _{ex}	N _{th}	E _l × 10 ¹⁰ (J)	$\sqrt{v_x}$ (cm/s)	$\sqrt{v_z}$ (cm/s)
2,04	550341	929000	7,97	3,26	5,65	0,81	60110	69700	4,72	1,68	2,91	0,60	41420	62200	4,40	1,62	2,80
2,29	540436	956000	8,91	3,45	5,97	1,05	130170	71800	5,54	1,82	3,15	0,80	45090	68300	5,97	1,89	3,27
2,54	532102	954000	9,17	3,50	6,06	1,30	126050	74100	6,48	1,97	3,41	1,02	58660	68400	6,82	2,02	3,50
3,07	466990	921000	9,62	3,58	6,20	1,54	184340	75500	7,38	2,60	3,64	1,24	29340	71800	8,47	2,25	3,90
3,62	470329	915000	10,54	3,75	6,49	1,80	196220	76200	8,12	2,21	3,83	1,48	22940	71100	9,31	2,36	4,09
4,75	410025	922000	12,02	4,02	6,96	2,29	145760	74500	9,38	2,37	4,10	1,95	16350	66700	10,63	2,52	4,36
6,50	391865	864000	14,04	4,33	7,50	2,78	125480	73500	10,90	2,56	4,43	2,44	9800	65300	13,22	4,82	4,88
						3,94	82200	67500	13,55	2,85	4,94						
						5,30	52740	60200	16,47	3,14	5,44						
						7,00	19530	48100	18,20	3,30	5,71						

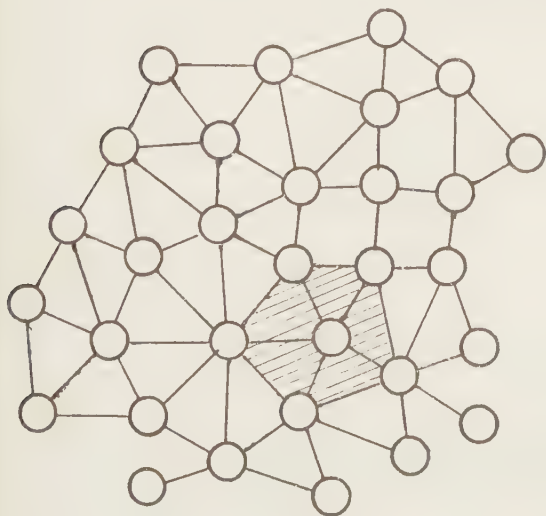
énergie est faible. Donc la correction des doubles et triples chocs que nous faisons pour ces billes (596μ) ne serait pas nécessaire. Au contraire pour les grosses billes de verre (1490μ) un choc peut donner lieu à plus de 3 réponses et la correction que nous faisons ne serait pas suffisante.

2) Le fait que la membrane ne soit pas uniformément sensible peut être aussi une source d'erreur. On peut penser en effet, que pour des chocs ayant lieu sur la partie la moins sensible (partie périphérique) avec des faibles énergies, le signal résultant n'est pas détecté par l'analyseur ce qui revient à dire que la surface S de la membrane est réduite à sa partie centrale S_1 . Le nombre de chocs serait ainsi déterminé dans le rapport S_1/S . Cette explication implique alors que la déconvolution que nous faisons pour toute la surface n'est pas valable pour les plus petites billes. C'est pourquoi nous mettons en doute les résultats qui concernent les petites billes de verre (596μ).

Quoiqu'il en soit, nous ne pouvons absolument pas vérifier ces hypothèses, et nous voyons combien il serait nécessaire d'améliorer les performances de notre capteur, d'une part en supprimant le "gradient de sensibilité", ce qui permettrait de faire des comparaisons beaucoup plus certaines entre les énergies des particules de chaque système étudié, et d'autre part en amortissant le plus possible la membrane, de façon à n'obtenir qu'une seule réponse pour un choc.

3 - INTERPRETATION DU MOUVEMENT DES PARTICULES . LE MODELE A "CAGE"

Les résultats expérimentaux précédents, et en particulier, l'ordre de grandeur des vitesses des particules par rapport à la vitesse interstitielle du fluide u/ϵ nous ont conduits à imaginer le modèle suivant pour le mouvement des particules.



Dans nos conditions expérimentales, le lit fluidisé est suffisamment homogène pour que nous puissions considérer que chaque particule est dans une "cage" de diamètre d_c , constituée par les particules voisines. d_c est le diamètre de la sphère sur laquelle sont situés les centres de toutes les sphères voisines d'une sphère donnée. On peut ainsi considérer que le libre parcours moyen λ d'une particule est la différence $d_c - 2 d_g$ du diamètre de la cage et de deux fois celui d'une particule.

Calculons λ

Dans un volume V donné, il y a N_g grains et N_c cages.

On a alors les deux relations suivantes :

$$N_g \cdot \frac{\pi d_g^3}{6} = V(1-\epsilon)$$

$$N_c \cdot \frac{\pi d_c^3}{6} = V$$

N_g est le nombre nécessaire et suffisant de cages *jointives* pour remplir l'espace V (tessellation désordonnée de l'espace).

Dans le cas d'un empilement cubique vrai (tessellation ordonnée) on aurait

$$N_c = \frac{N_g}{8}$$

Dans le cas d'un empilement hexagonal compact, on aurait

$$N_c = \frac{N_g}{4}$$

Nous admettrons que la tessellation désordonnée correspond à

$$N_c = \frac{N_g}{5}$$

Nous pouvons alors écrire

$$\frac{N_g \pi \frac{d_g^3}{6}}{\frac{N_g}{5} \pi \frac{d_c^3}{6}} = \frac{V(1-\epsilon)}{V} \quad \text{soit encore} \quad \frac{d_c}{d_g} = \sqrt[3]{\frac{5}{1-\epsilon}} \quad (12)$$

Donc

$$\lambda = d_c - 2 d_g = d_g \left[\sqrt[3]{\frac{5}{1-\epsilon}} - 2 \right] \quad (12')$$

On trouve bien ainsi que λ tend vers l'infini quand ϵ tend vers 1, mais la relation (12') doit impliquer que $\lambda = 0$ pour $\epsilon = \epsilon_{mf} = 0,40$.

En écrivant alors la relation (12) sous la forme

$$\frac{d_c}{d_g} = 2,02 \sqrt[3]{\frac{0,60}{1-\epsilon}} = 2,02 \sqrt[3]{\frac{1-\epsilon_{mf}}{1-\epsilon}}$$

Nous pouvons adopter pour λ la relation

$$\lambda = d_c - 2 d_g \# 2 d_g \left[\sqrt[3]{\frac{1-\epsilon_{mf}}{1-\epsilon}} - 1 \right] \quad \text{avec } \epsilon_{mf} = 0,40 \quad (12'')$$

En supposant alors que de nouvelles cages apparaissent et disparaissent continuellement, on peut imaginer que chaque particule, immobile un très court instant, tombe verticalement en chute libre.

$u/\epsilon + v_z$ Ecrivons cette équation de chute libre :



Le poids apparent de la particule est $m_g(\rho_s - \rho_f)$

D'autre part, la particule est soumise à la force de trainée F_T du fluide, dont la vitesse par rapport à la particule supposée immobile est $u/\epsilon + v_z$

Alors

$$F_T = \frac{N_e}{8} \pi d_g^2 \rho_f \left(\frac{u}{\epsilon} + v_z \right)^2$$

Le critère de Newton s'exprimant ici par la formule d'Allen :

$$N_e = 18,5 \operatorname{Re}_g^{-0,6}$$

La composante v_z verticale de la vitesse de la particule est ainsi décrite par l'équation différentielle :

$$\frac{dv_z}{dt} = g \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_s} \right) \cdot \frac{3}{4} \cdot 18,5 \cdot \frac{(v_z + \frac{u}{\epsilon})^{1,4}}{d_g^{1,6}} \cdot \frac{\rho_f^{0,4}}{\rho_s} \eta^{0,6} \quad (13)$$

avec $v_z = 0$ pour $t = 0$

A partir de (13), on peut déterminer la vitesse $v_z(x)$ atteinte lorsque la particule a parcouru une distance x .

Supposons alors que chaque particule parcourre en moyenne la distance λ donnée par (12'). On peut alors déterminer la vitesse $v_z(\lambda)$ atteinte au bout de cette distance.

D'autre part, en supposant l'isotropie ($K=1$) nous connaissons la valeur quadratique moyenne $\sqrt{v_z^2}$ de la composante verticale des vitesses des particules, car

$\overline{v_z^2} = \overline{v_x^2}$

que nous avons mesurée avec le capteur.

Sur les figures 19 et 20, nous avons comparé, pour différents systèmes étudiés, les variations de $v_z(\lambda)$ et de $\sqrt{v_z^2}$ en fonction de la vitesse interstitielle du fluide u/ϵ .

On constate que pour les billes de verre et de carbone de 1040 μ de diamètre, $v_z(\lambda)$ et $\sqrt{v_z^2}$ sont sensiblement égales.

Pour les deux autres systèmes représentés (figure 20) l'accord est moins bon, mais $v_z(\lambda)$ et $\sqrt{v_z^2}$ sont du même ordre de grandeur.

Donc, le fait que les quantités précédentes soient du même ordre de grandeur, et que leurs variations aient des allures analogues, permet de dire que le modèle à "cage" peut être une représentation approchée du mouvement moyen des particules dans le lit fluidisé.

4 - COMPARAISON DES RESULTATS AVEC CEUX DES TRAVAUX ANTERIEURS

=====

41 - DISTRIBUTION DES VITESSES DES PARTICULES

A notre connaissance, trois travaux très récents, ceux de GORDON, (G1), de CARLOS et RICHARDSON (C2) et de HANDLEY et Coll. (H1), ont permis de déterminer dans certaines conditions la distribution des vitesses des particules dans un lit fluidisé liquide-solide. Comparons les méthodes et les résultats de ces auteurs avec les nôtres :

411 - La méthode

Ces trois auteurs ont utilisé une méthode identique qui consistait à filmer stéréoscopiquement le mouvement d'une particule marquée (colorée) dans un lit fluidisé par un liquide de même indice de réfraction que celui des autres particules. Ils pouvaient ainsi étudier le mouvement de la particule dans les trois directions. Cette méthode avait l'avantage de ne pas perturber le lit fluidisé, mais elle exigeait d'opérer à des porosités assez élevées ($\epsilon > 0,65$), et exigeait aussi l'emploi de grosses particules (d_g de l'ordre de 5 mm et plus) dans des liquides de viscosité importante, de façon à avoir de fortes expansions à des vitesses de fluidisation faible. Enfin, un dépouillement fastidieux des films limite le nombre d'expériences, donc le nombre de paramètres étudiés.

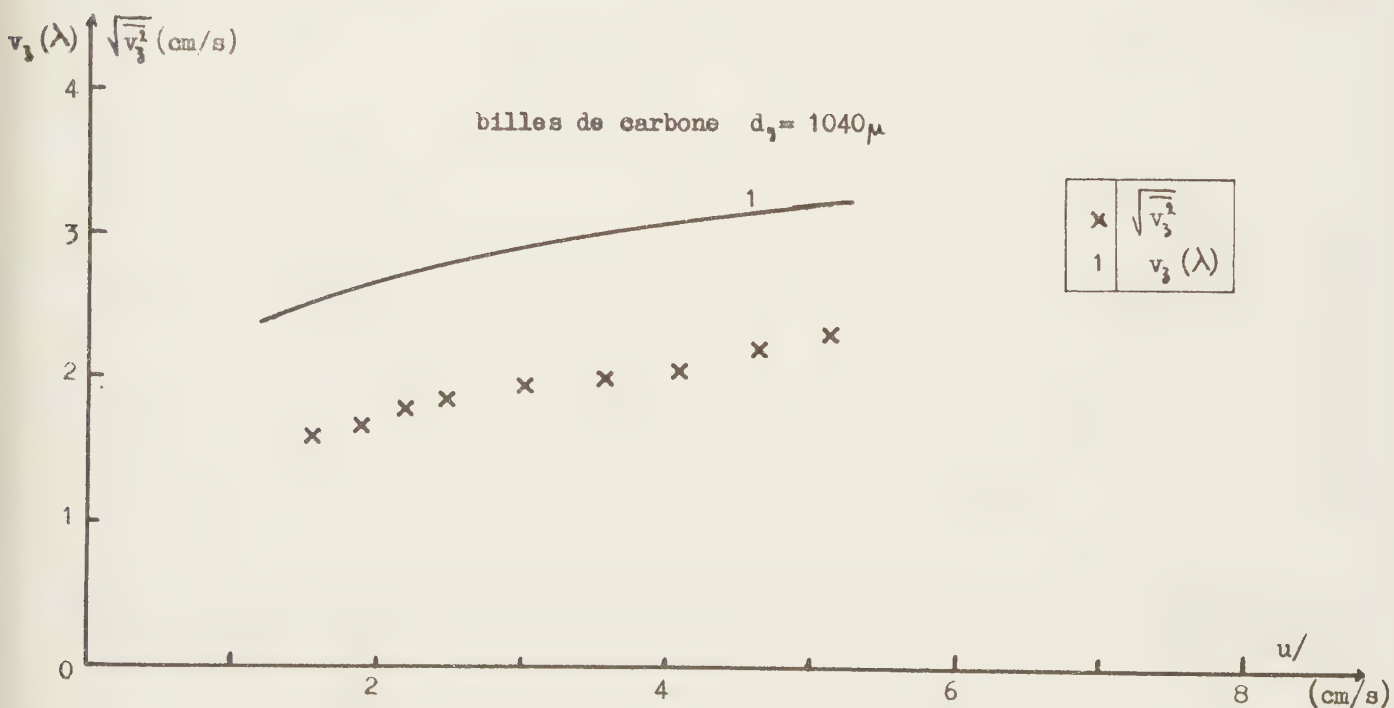
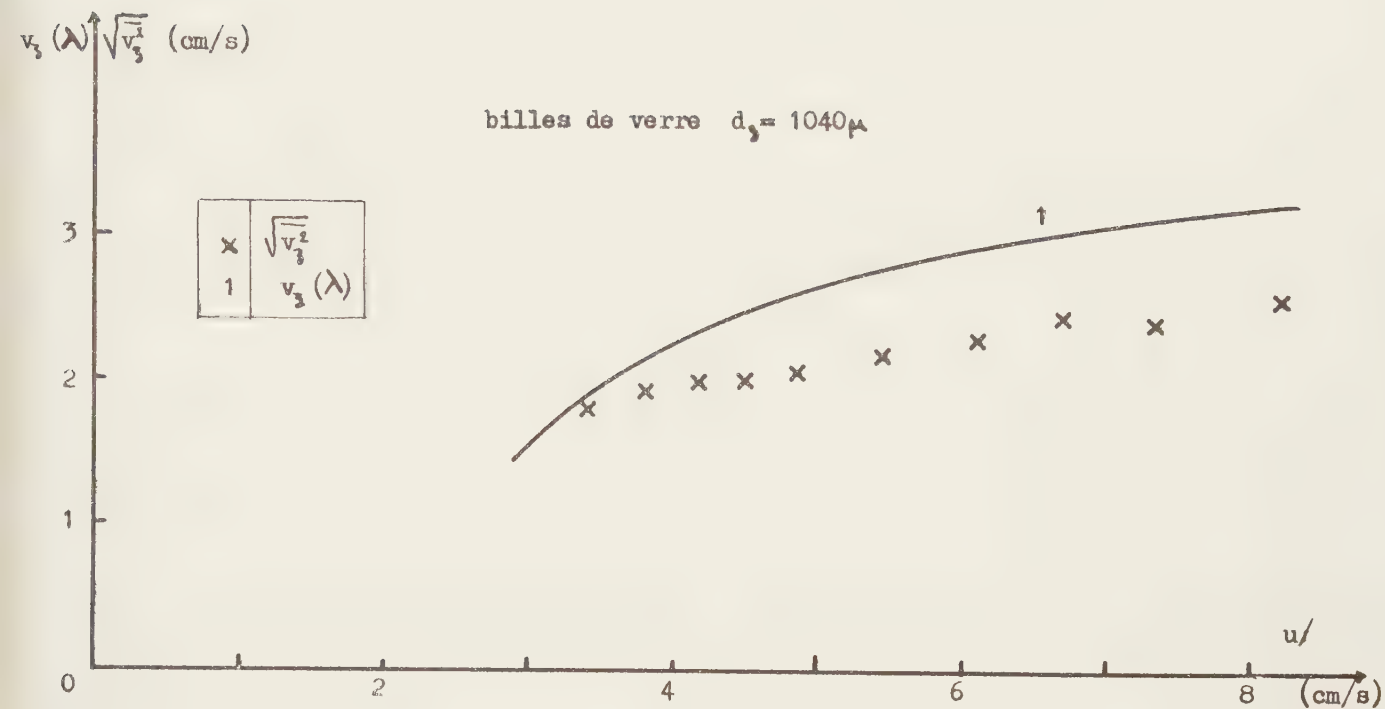


FIGURE -19- Le modèle à "cage"

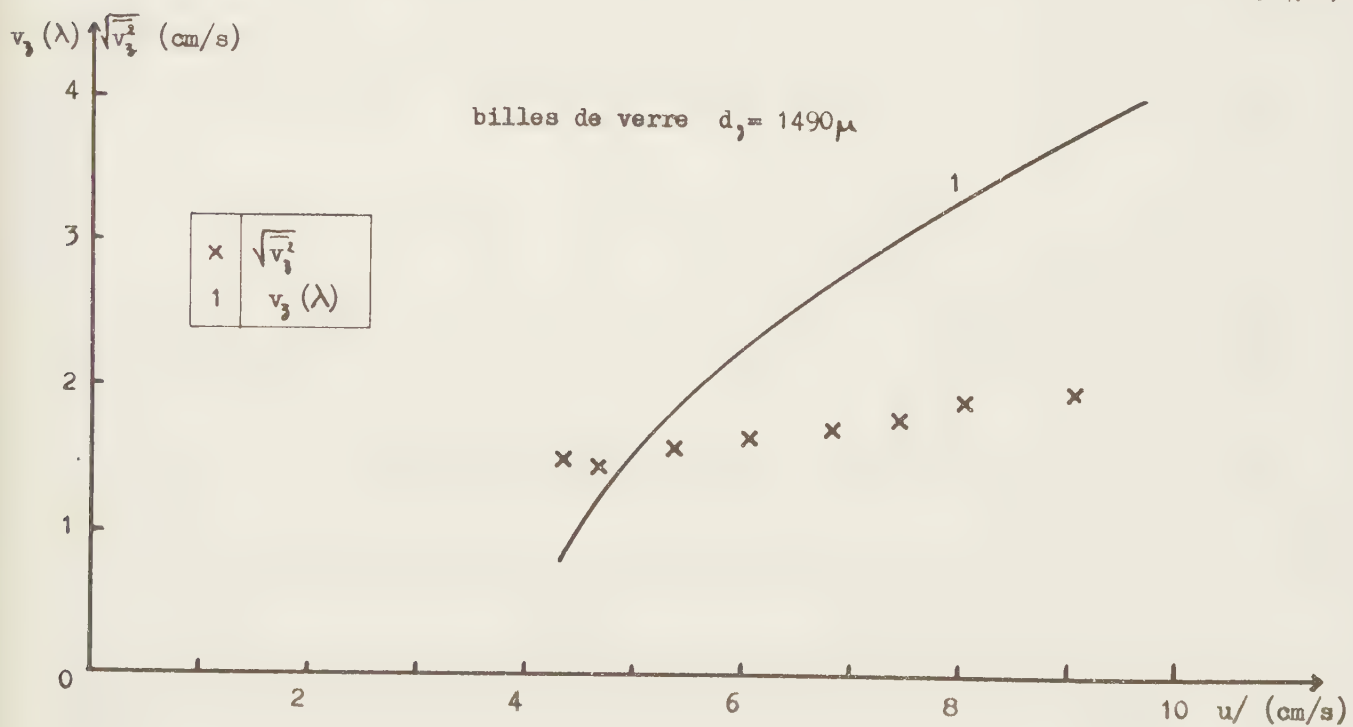
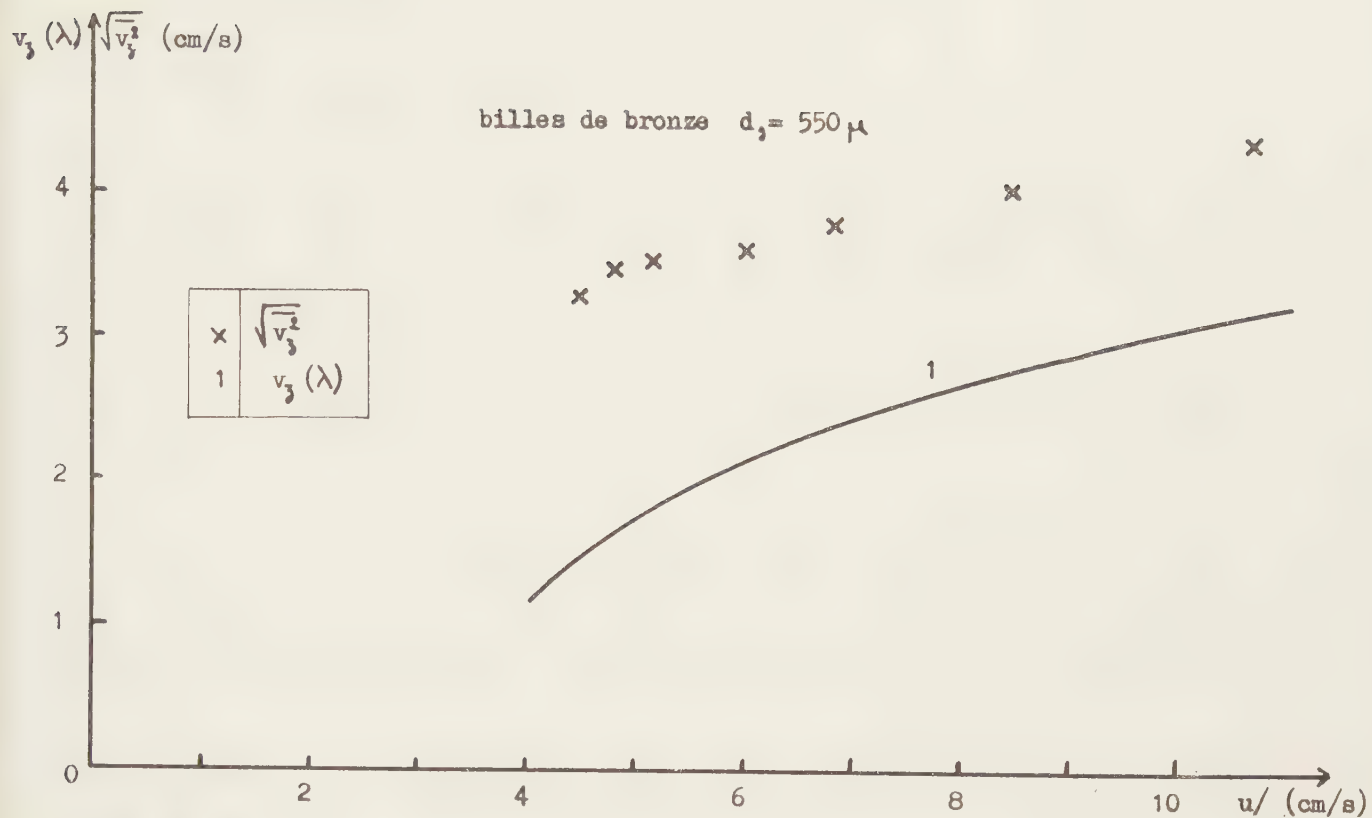


FIGURE -20- Le modèle à "cage"

412 - Les résultats

Tous leurs résultats concordent, en ce qui concerne la distribution des vitesses des particules. Ces trois auteurs montrent en effet que la distribution des vitesses est Maxwellienne (analogue à celle des molécules d'un gaz) c'est-à-dire que la distribution des composantes des vitesses est Gaussienne.

La figure 21 montre les résultats de GORDON, et ceux de CARLOS et RICHARDSON. On peut voir que les résultats expérimentaux sont relativement dispersés, et que la précision de leur méthode semble du même ordre que la nôtre.

Nos résultats rejoignent donc la conclusion de ces auteurs, et de plus, CARLOS et RICHARDSON trouvent que la probabilité d'avoir des vitesses faibles est plus grande que ne le prédit la théorie cinétique des gaz. C'est ce que nous avons observé aussi, car nos courbes expérimentales des figures 15, 16 et 17 montrent que la probabilité d'avoir une énergie E_x faible est plus grande que celle donnée par le modèle théorique.

Un seul travail, celui de BORLAI et Coll. (B2) a été fait en fluidisation gaz solide pour étudier le mélangeage des particules. Ces auteurs ont déterminé la distribution de la composante axiale $|v_z|$ de la vitesse des particules en mesurant la variation de l'activité d'une particule marquée par l'isotope ^{22}Na en fonction de la distance de la particule à une sonde à scintillations. Ils ont représenté leurs résultats par une fonction Γ

$$H(v_z) = \lambda \frac{|v_z|^\gamma}{\gamma+1} \exp \left(- \gamma \frac{|v_z|}{v_z} \right)$$

Cette représentation implique que la probabilité d'avoir une composante $|v_z|$ nulle est nulle, ce qui est contraire à nos résultats expérimentaux et à ceux des auteurs précédents qui montrent qu'elle est au contraire maximale.

Il semble donc que les résultats concernant la fluidisation gaz-solide soient différents de ceux obtenus en liquide-solide.

42 - VITESSES MOYENNES ET ENERGIES MOYENNES DES PARTICULES

Parmi les auteurs précédents, seuls HANDLEY (H1) et GORDON (G1) ont pu mesurer la valeur quadratique moyenne des composantes de la vitesse d'une particule, et déterminer sa variation avec la vitesse de fluidisation.

Les vitesses qu'ils ont obtenues avec des billes plus grosses que celles que nous avons employées sont du même ordre de grandeur que les nôtres, et les variations de la valeur quadratique moyenne $\sqrt{v_x^2}$ de la compo-

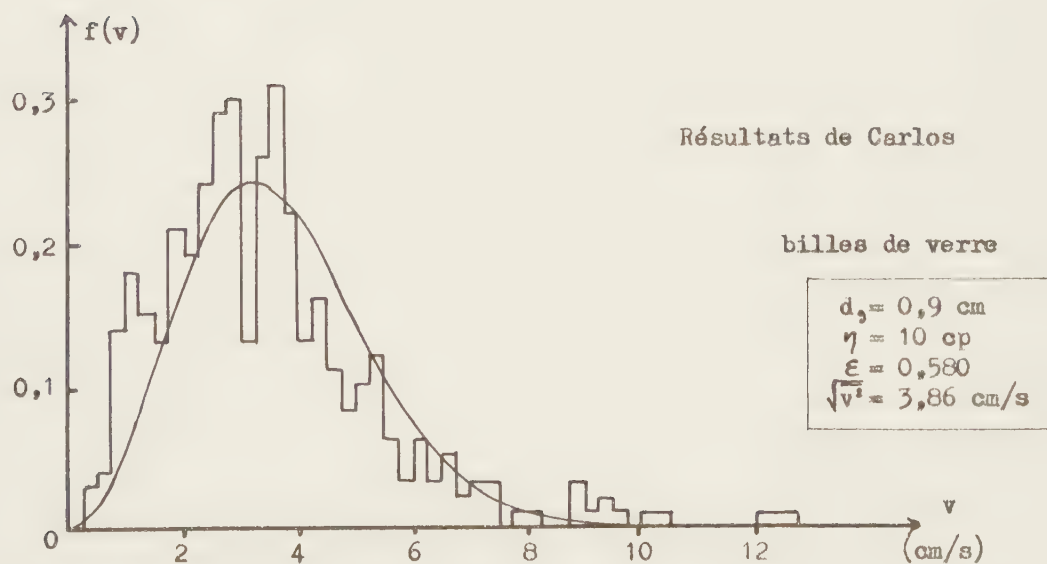
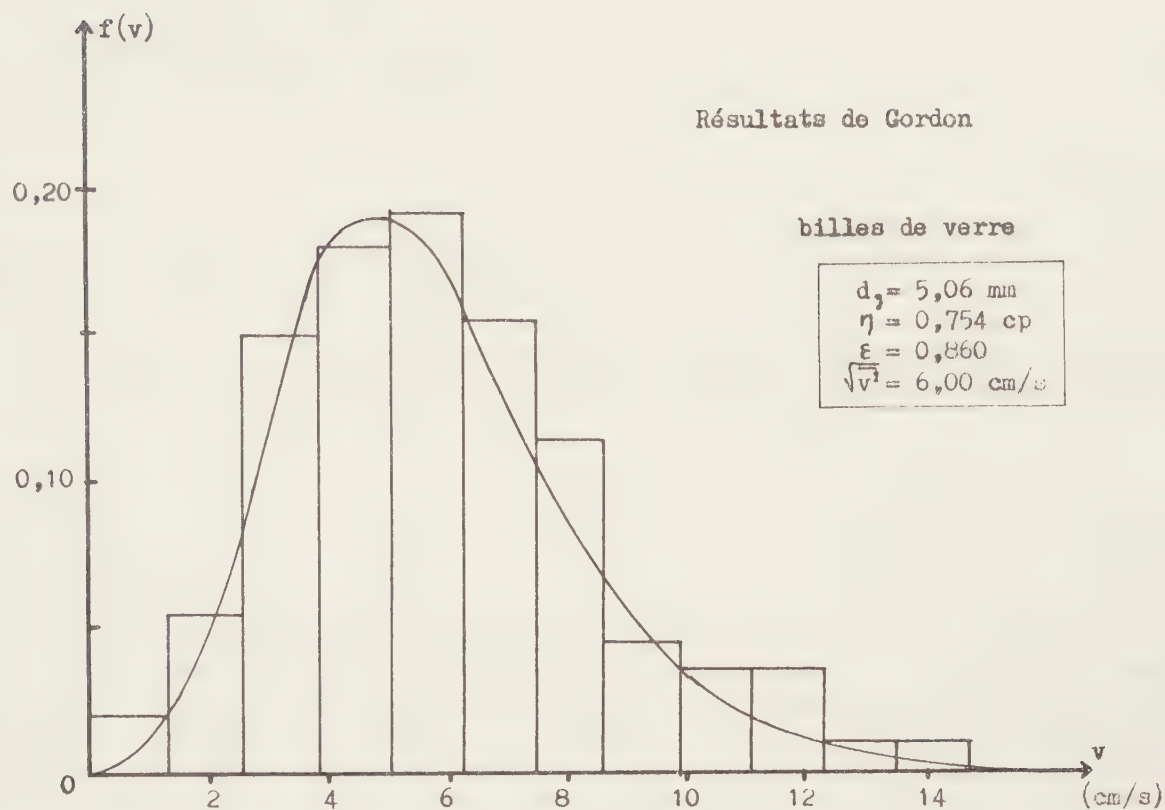


FIGURE -21- Distribution des vitesses des particules

sante horizontale de la vitesse, ou de l'énergie $\bar{E}_x = \frac{1}{2} m \overline{v_x^2}$ avec la vitesse de fluidisation ont la même allure que celle que nous avons observées.

De plus, ce sont ces auteurs, ainsi que VOLPICELLI (VI) qui ont pu

déterminer qu'il existait un degré d'anisotropie $K = \sqrt{\frac{v_z^2}{v_x^2}}$ qui varie de 1,5 à 2,3 suivant les systèmes étudiés.

Mais il nous a été impossible de comparer quantitativement nos résultats et les leurs, car les conditions opératoires étaient trop différentes.

5 - CONCLUSION

=====

La méthode utilisée par ces auteurs a l'avantage de permettre l'étude des mouvements des particules dans les trois directions, mais notre méthode qui se limite à la mesure de la composante horizontale des vitesses nous a permis d'étudier un domaine de porosité plus large, de faire varier beaucoup plus de paramètres, et d'obtenir plus rapidement un grand nombre de résultats.

BIBLIOGRAPHIE DE LA IÈRE PARTIE

- (A1) R. ANDRIEU - Thèse, Nancy 1956
- (B1) J. BORDET, O. BORLAI, F. VERGNES et P. LE GOFF - "Direct measurement of the kinetic energy of particles and their frequency of collision against a wall in a liquid-solid fluidised bed". Tripartite Chemical Engineering Conference, Montréal, Sept 1968, paper 39a
- (B2) O. BORLAI, L. HODANY, T. BLICKLE - "Investigation into the mixing in fluidised beds" - Proceedings of the International Symposium on Fluidization" 1967 p. 433 A.A.H. DRINKENBURG (Ed)
- (C1) F. COEURET - Thèse, Nancy 1967 et The Chem. Eng. 207 CE 75 1967
- (C2) C.R. CARLOS and J.F. RICHARDSON - "Solids movement in liquid fluidised beds" - Chem. Eng. Sc. 23 813 1968
- (G1) L.J. GORDON - "Solids motion -in a liquid fluidized bed" - Ph. D. Thesis University of Washington 1963
- (H1) D. HANDLEY and Coll. - "A study of the fluid and particle mechanics in liquid fluidized beds" - Trans. Instn. Chem. Engrs. 44 T 260 1966
- (M1) R.M. MAZO - "Statistical mechanical theories of transport processes" Pergamon Press 1967 p. 82
- (V1) G. VOLPICELLI, L. MASSIMILLA, F.A. ZENZ - "Non homogeneities in solid liquid fluidization" - Chem. Eng. Progr. Symp. Series 62 n° 67 1966 p. 42-50

IIème PARTIE

-:-:-:-:-

ETUDE DE LA CONDUCTANCE ELECTRIQUE MOYENNE ET DES FLUCTUATIONS DE CONDUCTANCE LOCALE DANS LES LITS FLUIDISES LIQUIDE-SOLIDE

Plan

- EXPOSE DU PROBLEME
- 1 - LA METHODE EXPERIMENTALE
 - 11 - Les sondes de mesure
 - 12 - Relation entre conductance et porosité
 - 13 - Fluctuations de conductance
 - 14 - Critique de la technique employée
- 2 - LES RESULTATS EXPERIMENTAUX
 - 21 - Conditions opératoires
 - 22 - Mode d'expression des résultats
 - 23 - Influence des différentes variables
- 3 - INTERPRETATION - DISCUSSION
 - 31 - Le modèle du gaz de Van der Waals
 - 32 - Application à la comparaison des volumes explorés par les deux sondes
 - 33 - Variations des fluctuations avec la porosité moyenne
 - 34 - Le modèle du fluide de "paquets" de grains
 - 35 - Comparaison avec les travaux antérieurs de COEURET et des autres auteurs
- 4 - CONCLUSION

IIème PARTIE

-:-:-:-:-

ETUDE DE LA CONDUCTANCE ELECTRIQUE MOYENNE ET DES FLUCTUATIONS DE CONDUCTANCE LOCALE DANS LES LITS FLUIDISES LIQUIDE-SOLIDE

EXPOSE DU PROBLEME

=====

Nous avons repris, dans son principe, la méthode proposée par COEURET (C1) qui consiste à mesurer la conductance électrique existant entre deux électrodes immergées dans le lit de grains isolants fluidisés par un liquide conducteur. De la valeur moyenne dans le temps de cette conductance, on déduit la valeur moyenne dans le temps de la porosité locale dans le volume exploré par la sonde. Des fluctuations de conductance, on déduit de la même façon les fluctuations de porosité locale.

Pour que cette méthode soit utilisée avec confiance, quatre critères doivent être retenus :

1) La sonde doit être suffisamment petite et profilée pour qu'elle ne perturbe pas les conditions d'écoulement du fluide dans la couche fluidisée.

2) Le volume exploré par la sonde doit être suffisamment *petit et bien défini* afin que l'on soit sûr de mesurer vraiment une conductance locale.

3) Si l'on veut relier conductance locale et porosité locale, la correspondance entre ces deux grandeurs doit être biunivoque et bien connue en valeur absolue.

4) Le traitement électronique puis mathématique des fluctuations de conductance, et donc des fluctuations de porosité ne doit pas perdre ou déformer les informations qu'elles contiennent.

Nous avons donc cherché à améliorer la méthode mise au point par COEURET en tenant compte des exigences précédentes.

1 - LA METHODE EXPERIMENTALE

11 - LES SONDES DE MESURE

111 - Description

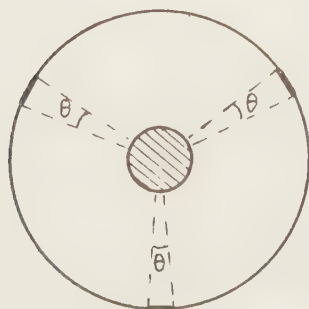
Les sondes de conductance utilisées précédemment (C1) étaient de petites fourches : les électrodes étaient deux cylindres de nickel de 2 à 5 mm de diamètre et de 2 cm de long, parallèles, et distants d'environ 1,5 cm. Le volume exploré par ces sondes était donc assez difficile à définir car certaines des lignes de courant qui vont d'une électrode à l'autre s'éloignent fortement des électrodes. COEURET a montré cependant que le volume exploré par de telles sondes était approximativement un cylindre elliptique d'environ 50 cm³.

Les nouvelles sondes que nous avons conçues et construites ont un volume exploré mieux déterminé. Elles ont par ailleurs l'avantage d'être suffisamment ouvertes pour ne pas trop perturber l'écoulement du fluide et le mouvement de bulles éventuelles dans la couche fluidisée.

Le schéma d'une de ces sondes est donné figure 1 : chaque sonde est constituée d'une électrode centrale cylindrique verticale et d'une électrode périphérique annulaire faite de 3 petites plaques verticales en nickel disposées à 120° les unes des autres. Les 3 plaques sont reliées mécaniquement et électriquement par un anneau de cuivre étamé situé à la base de la sonde ; elles sont recouvertes d'un vernis isolant sur leurs faces externes, de même que l'anneau métallique et les fils d'amener de courant. L'ensemble est fixé à l'extrémité d'un support tubulaire en verre par l'intermédiaire d'un profil en P.V.C. Un cable coaxial sert d'amener de courant, l'électrode périphérique étant reliée à la masse.

Trois sondes de dimensions différentes ont été réalisées suivant ce schéma, mais nous n'avons finalement utilisé que les deux plus petites pour des raisons que nous exposerons au paragraphe 135(d). Leurs dimensions sont données en légende de la figure 1.

112 - Calcul du volume exploré par les sondes



Considérons un électrolyte de conductivité γ placé entre deux électrodes cylindriques concentriques de rayon R_1 et R_2 et de hauteur L .

Sous réserve que L soit très grand devant R_2 , la conductance du volume situé entre les deux électrodes se calcule

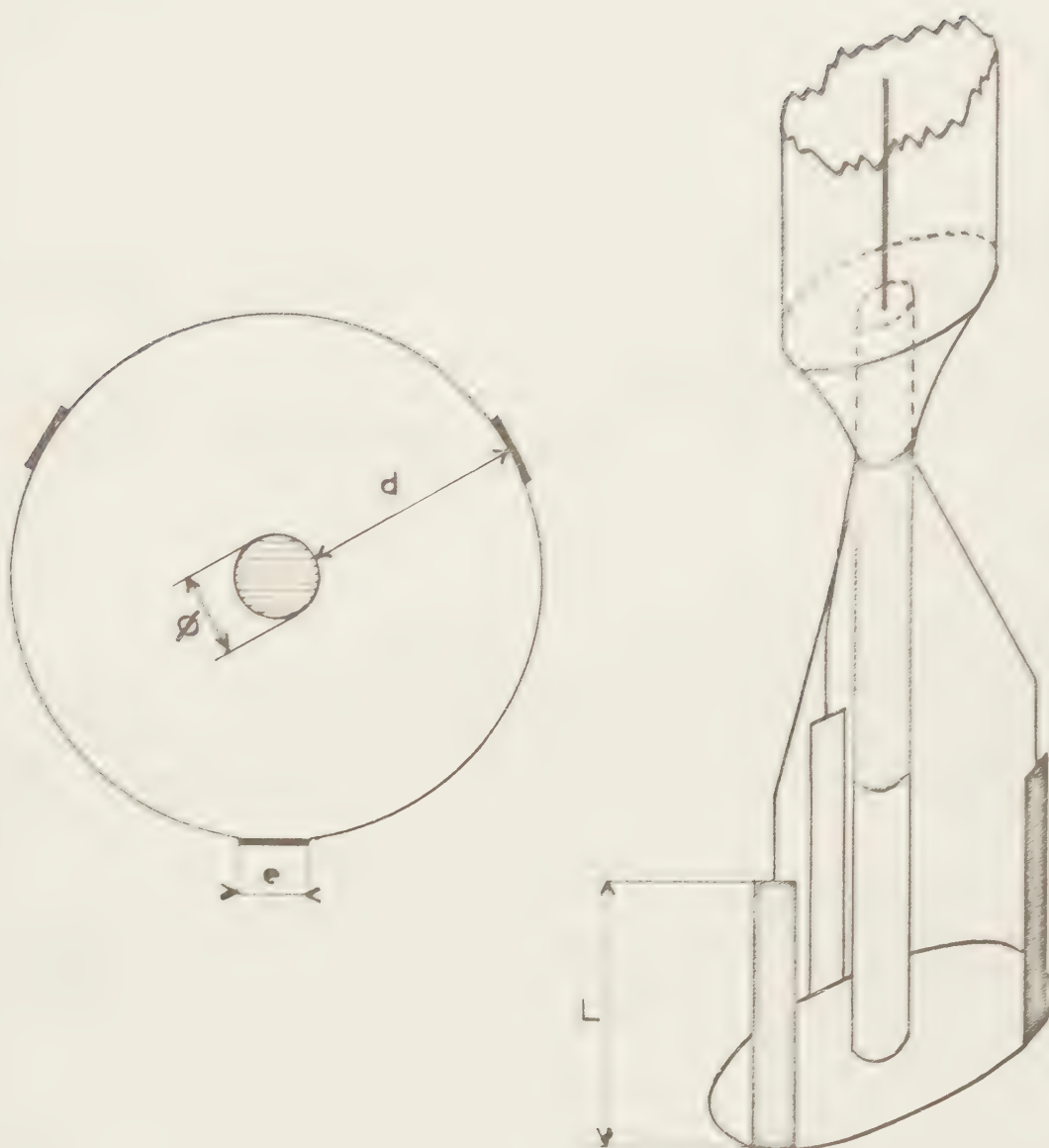


FIGURE -1- Perspective et coupe d'une sonde

	codes	ø mm	d mm	e mm	L mm
petite sonde		2,7	6,0	2,2	16,6
grande sonde		3,5	8,6	3,2	22,7

aisément :

$$C_{2\pi} = \frac{\gamma \frac{2\pi L}{R_2}}{\text{Log} \frac{R_2}{R_1}} \quad (1)$$

Le calcul conduisant à cette formule sous entend évidemment que le système ait une symétrie cylindrique, c'est-à-dire que les lignes de courant soient des rayons.

Supposons maintenant que l'électrode périphérique ne soit constituée que par 3 plaques sous tendant chacune un angle au centre θ . Si les lignes de courant restaient des rayons, la conductance totale serait simplement proportionnelle à $C_{2\pi}$. On aurait :

$$\frac{C_{3\theta}}{C_{2\pi}} = \frac{3\theta}{2\pi} \quad (2)$$

En réalité, chacune des plaques présente un effet de bout, et la répartition vraie des lignes de courant est représentée sur la figure 2 d'après un modèle donné par DURAND (D1). On voit que les lignes de courant issues de l'électrode centrale sont fortement déformées par les électrodes périphériques, de sorte que l'on doit s'attendre à mesurer une conductance intermédiaire entre $C_{3\theta}$ et $C_{2\pi}$.

Nous avons déterminé la conductance expérimentale C_e de chaque sonde en la plongeant dans une solution de chlorure de potassium N/10. Le rapport de C_e à la valeur $C_{2\pi}$ permet donc de déterminer l'angle θ' du secteur cylindrique fictif d'angle au centre θ' exploré par l'électrode centrale et l'une des plaques (voir figure 2)

$$\frac{C_e}{C_{2\pi}} = \frac{3\theta'}{2\pi}$$

Nous avons obtenu $\theta' = 83,6^\circ$ pour la grosse sonde
 $\theta' = 81,0^\circ$ pour la petite sonde

Le volume *moyen* exploré par chaque sonde est alors

$$V = \frac{3\theta'}{2\pi} \pi L (R_2^2 - R_1^2)$$

Soit $V_1 = 1,84 \text{ cm}^3$ pour la petite sonde
 $V_2 = 5,38 \text{ cm}^3$ pour la grosse sonde

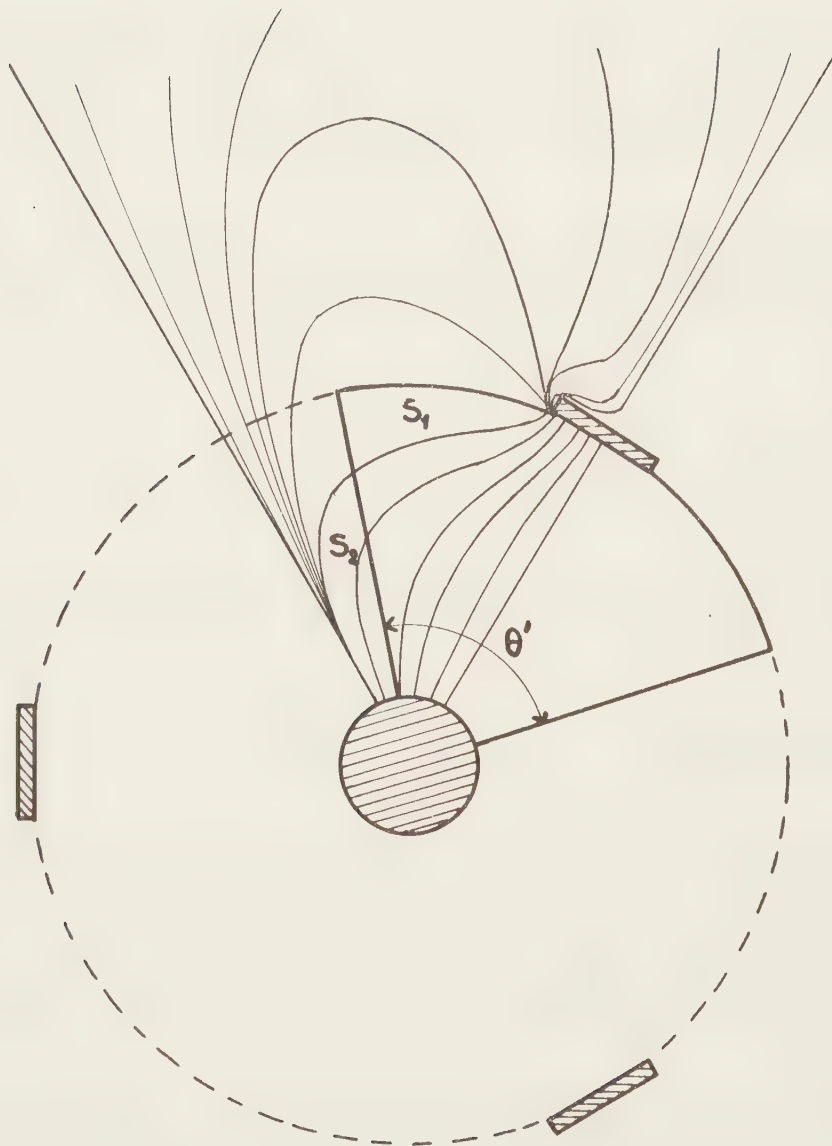


FIGURE -2- Allure générale des lignes de courant entre deux électrodes

12 - RELATION ENTRE CONDUCTANCE ET POROSITE

Dans la littérature, on trouve de nombreuses relations qui relient la conductance relative C/C_0 d'une suspension de sphères à la porosité ϵ ou à la fraction volumique $\phi = 1-\epsilon$ de phase dispersée. Ces relations ont été déterminées expérimentalement en mesurant la conductance relative d'une cellule cubique dans laquelle on plonge une ou deux sphères de volume connu.

Par exemple RAYLEIGH et WIENER (R1) ont étendu les résultats qu'ils avaient obtenus pour une seule sphère, au cas d'un ensemble sphères situées aux noeuds d'un réseau à maille cubique, et proposant la formule suivante, valable pour les fortes porosités

$$C/C_0 = \frac{2\epsilon}{3 - \epsilon}$$

Cette relation est représentée par la courbe en pointillés de la figure 3.

HIGUCHI (H1) a proposé une relation qui tient compte d'une part de la forme des particules et d'autre part de l'interaction des particules entre elles :

$$C/C_0 = \frac{\epsilon^2 + 15\epsilon}{\epsilon^2 - 9\epsilon + 24} \quad \text{pour des sphères de même diamètre disposées au hasard.}$$

Toutes ces formules sont plus ou moins bien vérifiées par l'expérience et il est très difficile de dire quelle est la plus valable.

A l'aide de nos sondes, nous avons mesuré localement la conductance moyenne $\bar{C}$ d'une suspension de grains fluidisés. La porosité globale du lit peut être calculée à partir de la hauteur totale du lit fluidisé.

Comme on peut le voir sur la figure 3, tous nos points expérimentaux obtenus avec des différentes sondes, y compris celles utilisées par COEURET, et pour des grains de différents diamètres, se placent nettement plus près de la première bissectrice, et s'alignent sensiblement sur une droite d'équation.

$$\bar{C}/C_0 = 1,08\epsilon - 0,08 \quad (3)$$

121 - Perturbation apportée par les électrodes

- Considérons un empilement *compact* de grains sphériques dont la porosité est ϵ loin de toute paroi. BEN AIM et LE GOFF (B1, B2) ont montré qu'au voisinage d'une paroi, l'empilement est perturbé et que

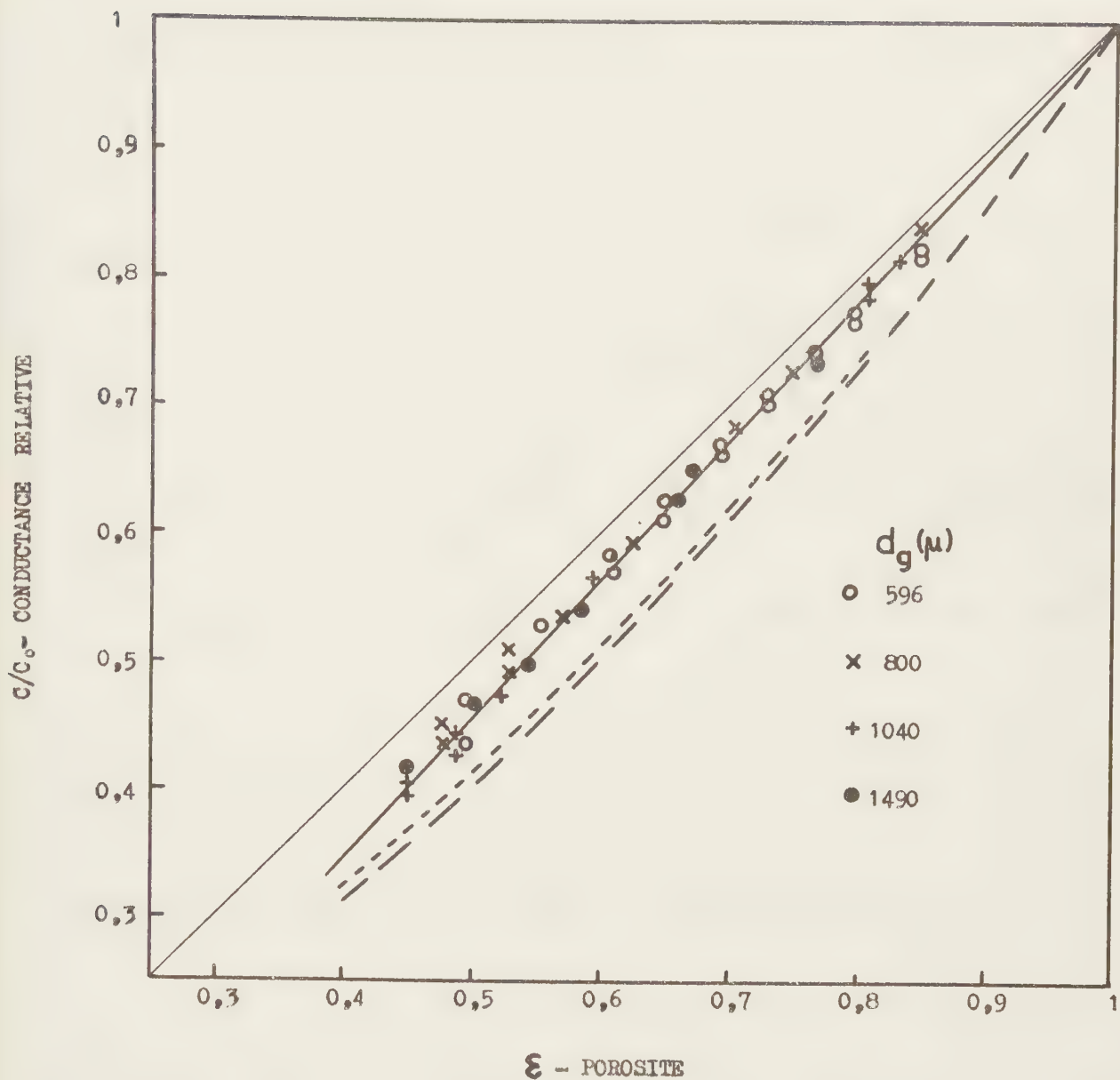


FIGURE -3- Conductance relative de suspensions de sphères

--- Relation de RALFEIGH

— Présent travail

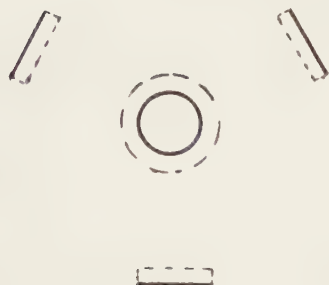
- · - · - $C/C_0 = f(\bar{\epsilon})$

tout se passe comme si la porosité prenait, sur une épaisseur égale au rayon des grains, une valeur ϵ' , supérieure à ϵ , donnée par la relation

$$\frac{1 - \epsilon'}{1 - \epsilon} = \frac{11}{16} \quad (4)$$

- Si l'on applique ce résultat à l'une des sondes utilisée dans nos mesures, on peut dire que :

1) autour de l'électrode cylindrique centrale (de rayon 1,35 mm et de longueur 16,6 mm) se trouve une zone perturbée dont le volume est $8,35 \times 10^{-2} \text{ cm}^3$ pour des billes de 1 mm de diamètre.



2) de même, devant les trois électrodes latérales de longueur 1,66 mm et de largeur 2,2 mm, se trouvent trois zones perturbées dont le volume est $5,48 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^3$.

- Le volume total des zones perturbées, de porosité ϵ' est donc

$$v' = 13,83 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^3$$

- Or nous avons montré au paragraphe 112 que le volume V_1 exploré par la petite sonde de mesure était

$$V_1 = 1,84 \text{ cm}^3$$

On peut alors calculer la porosité moyenne telle qu'elle est mesurée par la sonde en tenant compte de la perturbation :

$$\bar{\epsilon} = \frac{(V_1 - v')\epsilon + \epsilon' v'}{V_1} \approx \epsilon + \frac{v'}{V_1} \epsilon'$$

et en tenant compte de la relation (4), il vient

$$\bar{\epsilon} = \epsilon + \frac{5}{16} \frac{v'}{V_1} (1 - \epsilon)$$

Donc si la sonde ne perturbait pas la zone mesurée, la porosité moyenne ϵ du lit se traduirait par une conductance relative $(C/C_0)_\epsilon$. On mesure en fait une conductance relative $(C/C_0)_{\bar{\epsilon}}$ correspondant à $\bar{\epsilon}$, donc supérieure à $(C/C_0)_\epsilon$ puisque $\bar{\epsilon}$ est supérieure à ϵ .

En admettant que la relation (4) est valable pour des porosités supérieures à celles d'un empilement compact de grains, nous avons

tracé sur la figure 3 la courbe $C/C_0 = f(\bar{\epsilon})$.

On voit que cette courbe se rapproche plus de nos résultats expérimentaux que celle donnée par la relation de RAYLEIGH - WIENER. Mais cependant l'effet dû à la perturbation ne semble pas suffisant pour expliquer les écarts de nos résultats expérimentaux avec les théories.

13 - FLUCTUATIONS DE CONDUCTANCE

131 - Définitions

Mesurée avec une sonde de volume donné, la conductance locale d'un lit fluidisé subit des fluctuations aléatoires $C'(t)$ autour d'une valeur moyenne $\bar{C}$. Ainsi, à l'instant t la conductance s'écrit

$$C(t) = \bar{C} + C'(t) \quad (5)$$

Avec

$$\bar{C} = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_0^T C(t) dt \right] \text{ et } \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_0^T C'(t) dt \right] = 0$$

La figure 4 donne un enregistrement des fluctuations de conductance obtenu par échantillonnage périodique du signal délivré par l'ensemble électronique utilisé par COEURET (cf paragraphe 132). Cet enregistrement est réalisé avec l'analyseur multicanaux qui donne aussi directement et automatiquement les fréquences cumulées des valeurs prises par $C'(t)$ (figure 5).

Nous avons représenté la courbe de la figure 5 en coordonnées galtoniennes sur la figure 6.

Nous constatons que pour près de 98 % de la distribution, les points s'alignent sur une droite (droite de Henry). Nous confirmons donc le résultat obtenu par COEURET (C1) VOLTICELLI et Coll. (V1) et TRUPP (T1), à savoir que les fluctuations de conductance sont distribuées suivant la loi normale. Nous pouvons donc définir cette distribution par sa variance σ_c .

$$\sigma_c^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{T} \int_0^T C'^2(t) dt \right]$$

L'écart-type réduit des fluctuations de porosité σ_ϵ/ϵ se déduira donc de σ_c/C par la relation linéaire (3), soit

$$\frac{\sigma_\epsilon}{\epsilon} = \frac{\sigma_c}{C}$$

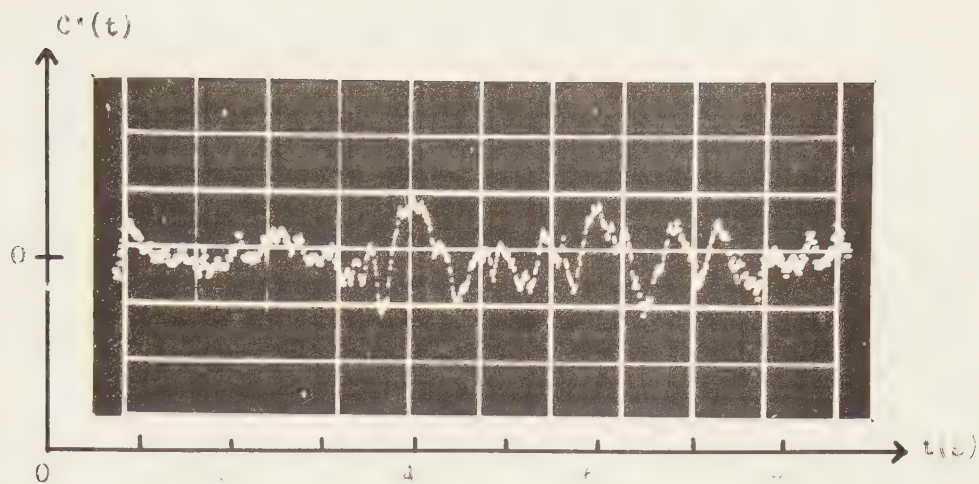


FIGURE -4- Exemple d'enregistrement des fluctuations

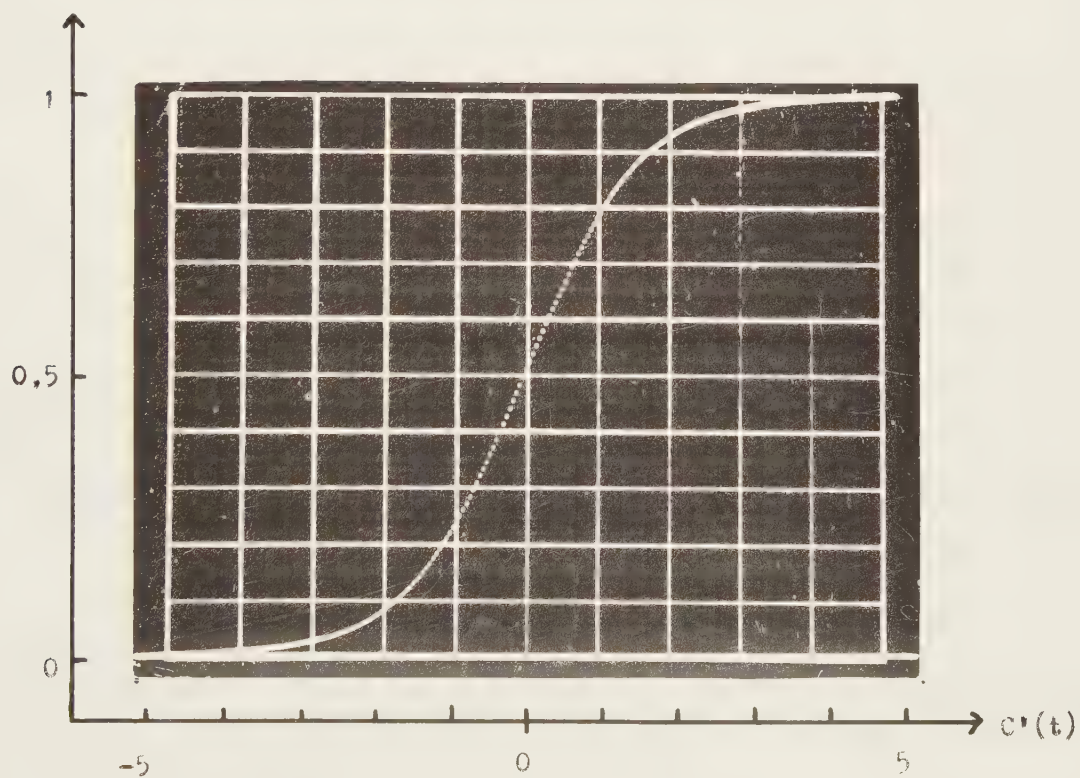


FIGURE -5- Fréquences cumulées des fluctuations

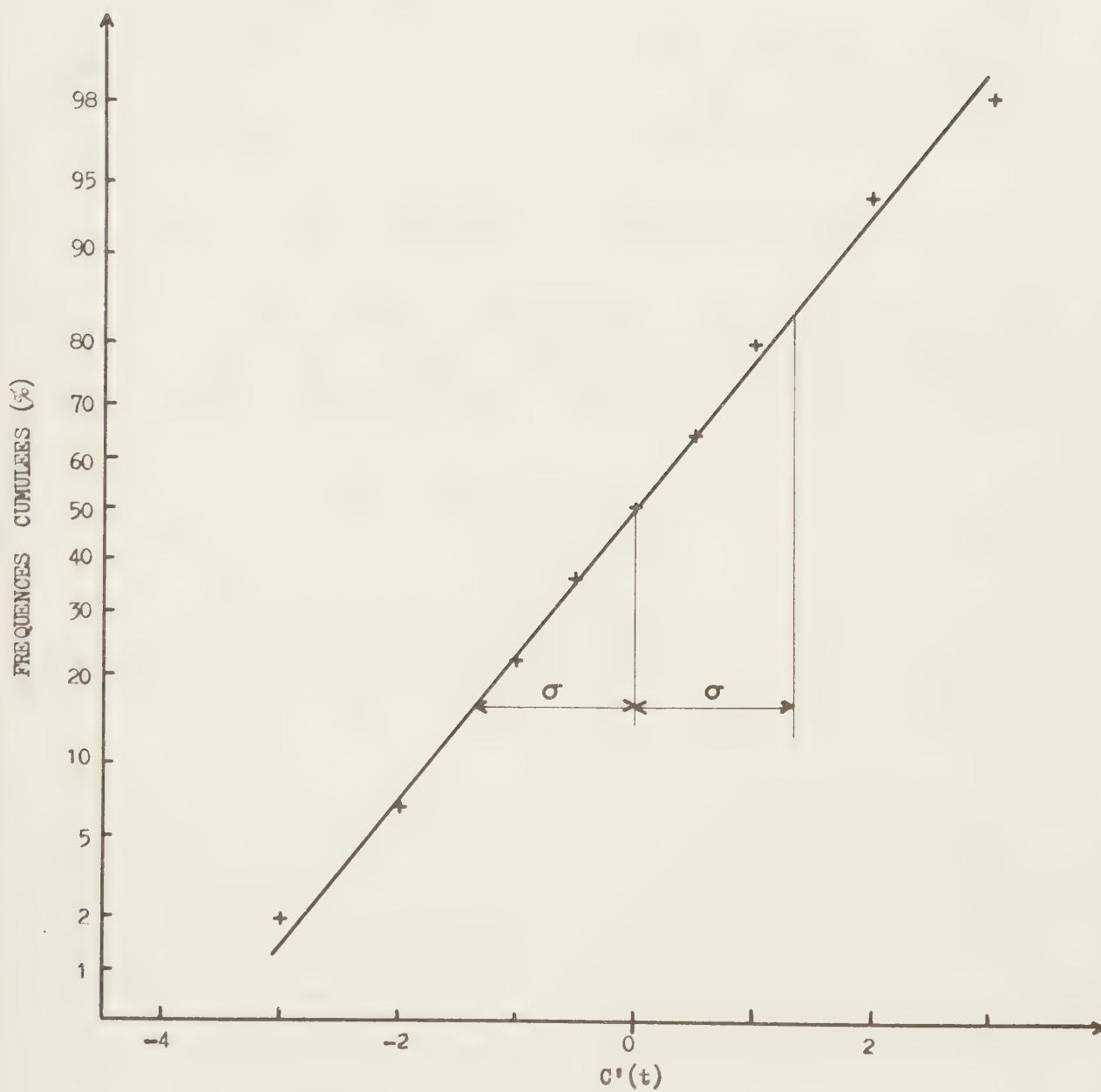


FIGURE -6- Droite de Henry des fluctuations

132 - Technique expérimentale manuelle utilisée par COEURET

La technique utilisée par COEURET permettait d'obtenir d'une part la conductance moyenne locale du lit par une lecture au vol sur le cadran du conductimètre, et d'autre part d'enregistrer la fluctuation de conductance dont la valeur était proportionnelle à l'amplitude d'un signal délivré par un ensemble amplificateur détecteur. Ces deux mesures étaient de type différent et la deuxième, nécessitant une forte amplification (gain d'environ 2.10^5) était assez imprécise, car le bruit de fond était important à la sortie du système amplificateur.

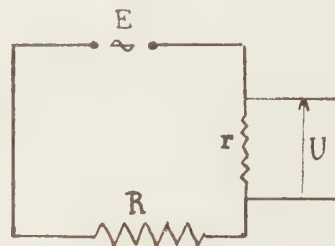
133 - Technique expérimentale automatique utilisée dans le présent travail

a) Un conductimètre (TACUSSEL type CD7) alimente la sonde de mesure de résistance $R(t) = 1/C(t)$ par une tension alternative sinusoïdale $E = E_0 \sin \omega t$. En série avec $R(t)$ se trouve dans le conductimètre une résistance r petite devant $R(t)$. (la valeur de r dépend de la sensibilité choisie).

La tension U aux bornes de r est alors

$$U = \frac{E r}{R+r} \approx \frac{E r}{R} = E r C$$

Cette tension est alors amplifiée à l'intérieur du conductimètre qui délivre alors une tension sinusoïdale $x(t)$



$$x(t) = C(t) \sin \omega t$$

b) A la sortie du conductimètre est placé l'analyseur multicanaux muni d'un générateur d'impulsions aléatoires dans le temps (cf annexe). Ce générateur délivre des "top" qui déclenchent l'échantillonnage du signal par l'analyseur multicanaux. (La conversion analogique numérique se fait de la même façon que pour les signaux issus du capteur piézo-électrique). Nous avons pris un échantillonnage aléatoire, car le signal étant sinusoïdal de période $T = 2\pi/\omega$, si l'échantillonnage était périodique de période τ , il serait toujours possible de trouver deux entiers k et k' tels que $kT = k'\tau$, de sorte qu'à chaque instant multiple de kT , on échantillonnerait la même valeur de $x(t)$, et on montre (S1) que l'échantillonnage périodique d'un signal périodique peut ne pas être représentatif.

c) Chaque valeur $x(t_i)$ échantillonnée est classée par l'analyseur multicanaux qui donne, à la fin de l'expérience, une courbe représentant le nombre n_i de fois que le signal $x(t)$ a atteint l'amplitude x_i . La courbe obtenue est donc la densité de probabilité $R(x)$ de la variable aléatoire

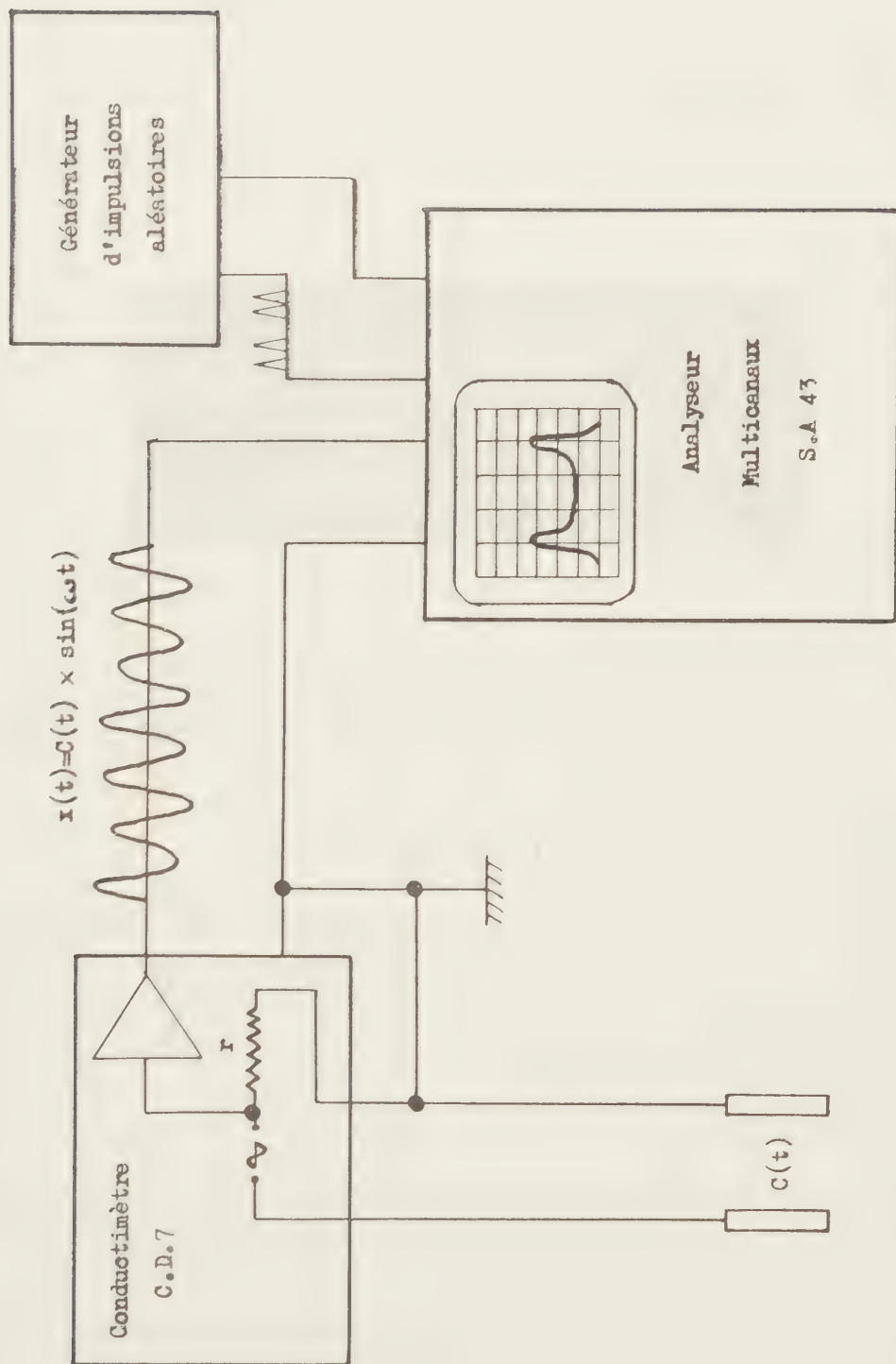
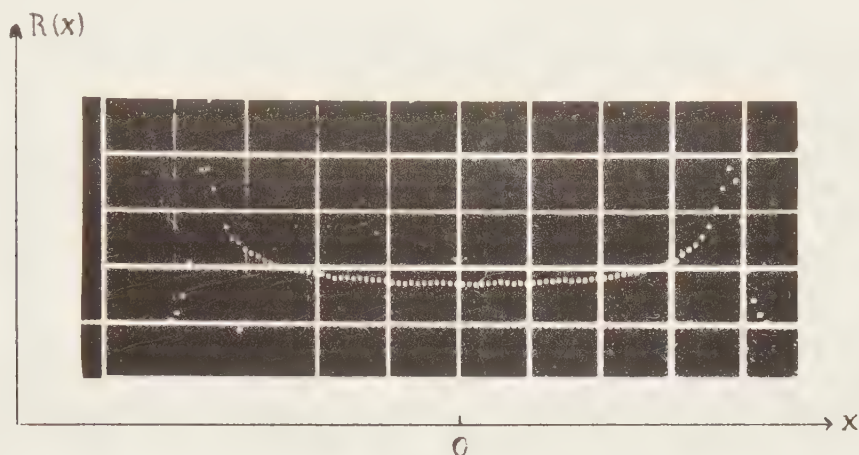


FIGURE -7- Schéma de la méthode employée

$$x(t) = C(t) \sin \omega t$$

134 - Exploitation statistique des fluctuations de conductance

La photographie ci-dessous représente le résultat d'une expérience pendant laquelle on a classé 10^6 échantillons x_i . L'abscisse ou numéro d'un canal représente la valeur x_i , l'ordonnée $R(x)$ représente alors le nombre de fois que l'amplitude x_i a été atteinte. On peut remarquer que la courbe est parfaitement symétrique par rapport à $x = 0$.



Nous avons montré que la fluctuation $C'(t)$ de la conductance $C(t)$ étaient distribuées normalement. Nous pouvons donc exprimer la densité de probabilité de $C(t)$ par la relation

$$P(C) = \frac{1}{\sigma_c \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{C - \bar{C}}{\sigma_c} \right)^2 \right]$$

Le problème est donc de déterminer $\bar{C}$ et σ_c à partir de la courbe expérimentale $y = R(x)$:

En annexe V on montre :

a) que $R(x)$ est une fonction paire de x

b) que $R(x)$ se met sous la forme mathématique suivante

$$R(x) = \frac{1}{\sigma_c \pi \sqrt{2\pi}} \left[\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \bar{C} \sin \theta}{\sigma_c \sin \theta} \right)^2 \right] \frac{d\theta}{\sin \theta} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - \bar{C} \sin \theta}{\sigma_c \sin \theta} \right)^2 \right] \frac{d\theta}{\sin \theta} \right] \quad (6)$$

c) que les intégrales du second membre de cette relation (6) sont calculables numériquement pour des valeurs de x assez éloignées de la

valeur zéro.

Ainsi, à partir d'un certain nombre de points expérimentaux d'abscisses x_i et d'ordonnées y_i on peut calculer les meilleures valeurs de $\bar{C}$ et σ_c en minimisant la quantité

$$\sum_{i=1}^n \left[y_i - R(x_i, \bar{C}, \sigma_c) \right]^2 \quad \text{par optimisation par la}$$

méthode de ROSENBROCK.

135 - Vérification des résultats obtenus par optimisation

a) Nous avons d'abord vérifié que l'optimisation conduisait aux mêmes valeurs de $\bar{C}$ et σ_c en choisissant 10, puis 7, puis 5 points expérimentaux répartis de chaque coté du sommet de la courbe $R(x)$ expérimentale. Ceci est une preuve supplémentaire du fait que les fluctuations sont gaussiennes, et qu'on peut donc bien formuler $R(x)$ par la relation (6).

b) La figure 8 montre deux courbes expérimentales obtenues avec l'analyseur multicanaux. On constate que les points théoriques obtenus en calculant $R(x_i, \bar{C}, \sigma_c)$ pour les valeurs optimales de $\bar{C}$ et σ_c correspondent presque parfaitement avec les points expérimentaux : en effet :

$$\frac{R(x_i, \bar{C}, \sigma_c) \text{ théorique} - y_i(x_i) \text{ expérimental}}{y_i(x_i) \text{ expérimental}}$$

est inférieur à 3 %.

c) L'optimisation est faite sur les points expérimentaux tels que

$$x_i \gg 0$$

Mais une vérification supplémentaire des résultats obtenus a été faite en calculant la valeur $R(0)$ théorique et en la comparant à la valeur expérimentale $y(0)$. On ne peut pas calculer numériquement $R(0)$ à l'aide de la relation (6), car on aboutit à une forme indéterminée ($\infty - \infty$). Mais on montre en annexe V que $R(0)$ peut s'écrire

$$R(0) = \frac{\bar{C}}{\sigma_c^2 \pi} S\left(\frac{\bar{C}}{\sigma_c}\right)$$

$S(X)$ étant solution de l'équation différentielle

$$(X^2 + 1) S(X) + X S'(X) = 1 \quad \text{avec} \quad \begin{matrix} S(0) = 1 \\ S'(0) = 0 \end{matrix}$$

que l'on peut intégrer numériquement.

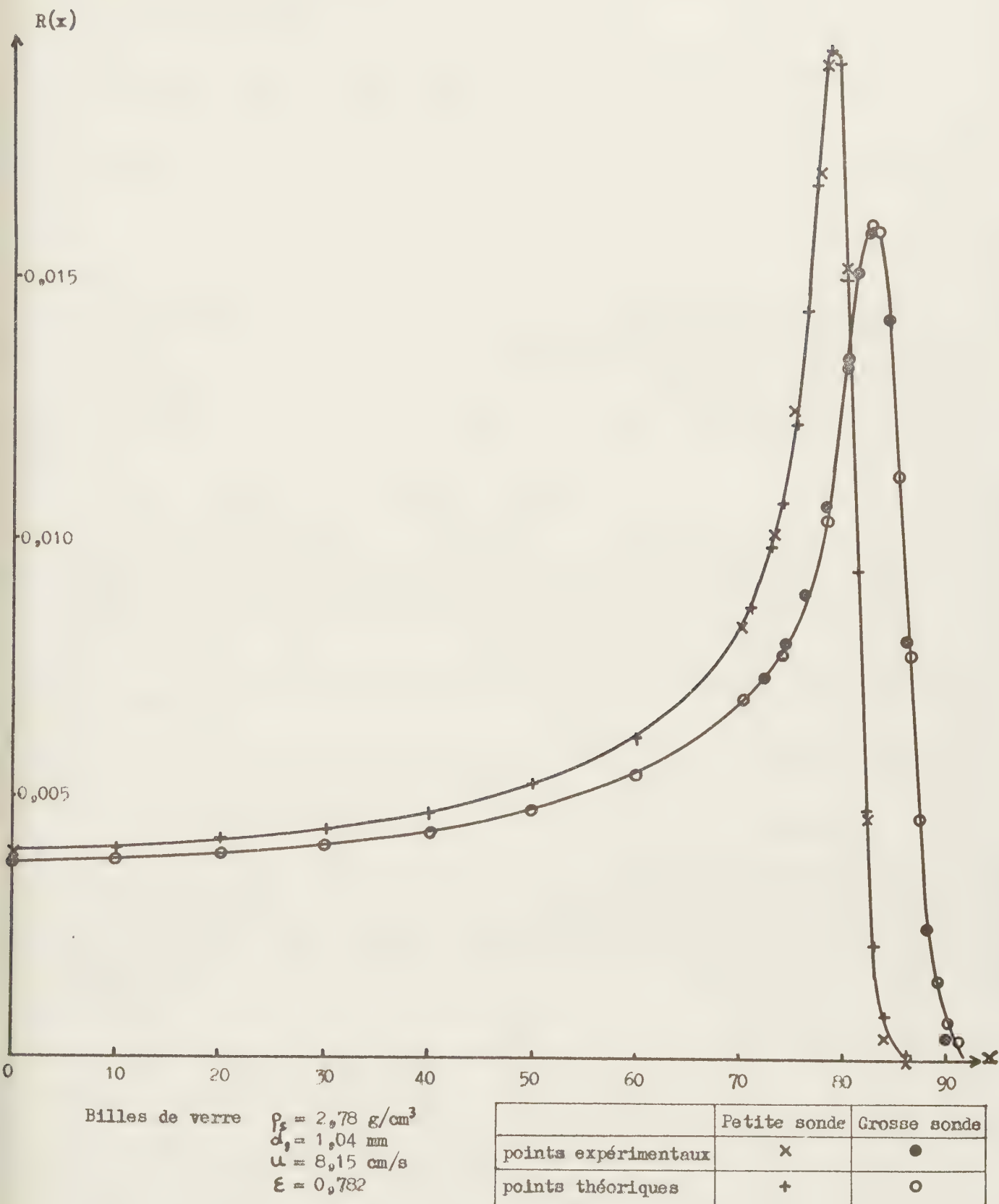


FIGURE -8- Densité de probabilité de x

Les valeurs de $R(0)$ ainsi calculées correspondent à mieux que 5 pour 1000 aux valeurs expérimentales.

d) Enfin, lorsque σ_c tend vers zéro, la densité de probabilité $R(x)$ tend vers la densité de probabilité de l'oscillateur harmonique $x = \bar{C} \sin \omega t$ définie par

$$Q(x) = \frac{1}{\pi \sqrt{\bar{C}^2 - x^2}} \quad (7)$$

et la détermination de $\bar{C}$ et σ_c devient alors impossible, car la relation (6) donne une courbe représentative sans branches infinies, alors que la relation (7) se traduit par une courbe ayant deux asymptotes pour $x = \pm \bar{C}$. C'est pourquoi nous n'avons pas pu utiliser la plus grande des trois sondes décrites au paragraphe III, car le volume de cette sonde étant grand, les fluctuations de conductance sont très petites et $\sigma_c \rightarrow 0$.

14 - CRITIQUE DE LA TECHNIQUE EMPLOYEE

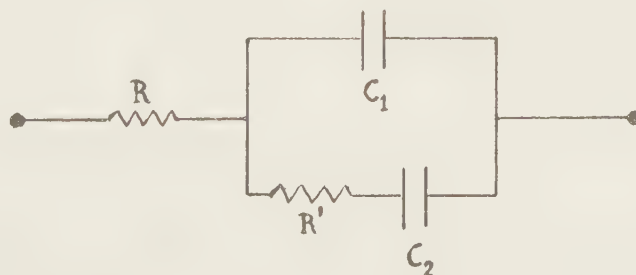
Lorsqu'on utilise la conductimétrie comme méthode de dosage, on doit prendre certaines précautions concernant la sonde de mesure d'une part et la solution à doser d'autre part. Dans le présent travail, nous ne cherchons qu'à mesurer des écarts relatifs de conductance et c'est pourquoi nous n'avons pas pris de précautions particulières.

1) le liquide est de l'eau de la ville non dégazée et non déminéralisée

2) les électrodes sont en nickel et non en platine platiné comme celles que l'on utilise en conductimétrie.

Cependant, on peut faire la remarque importante quivante :

Nous avons supposé que le circuit de mesure ne comportait que des résistances pures, et en particulier que la sonde de mesure n'était le siège d'aucun phénomène parasite. En fait KEDDAM (K1) montre que l'impédance Z d'une cellule électrochimique plongée dans un électrolyte n'est pas la résistance R de l'électrolyte seul, mais qu'elle est équivalente au circuit suivant :



On calcule ainsi aisément l'impédance complexe Z du système :

$$Z = R + \frac{\frac{j}{C_1 \omega} \left(R' + \frac{j}{C_2 \omega} \right)}{R' + \frac{j}{C_2 \omega} + \frac{j}{C_1 \omega}}$$

On voit donc que si ω est grand, Z tendra vers R, car le deuxième terme de cette relation tend vers zéro. Or, nous alimentons la cellule de conductance par une tension sinusoïdale de 1000 Hz. On peut donc penser que la grandeur que nous mesurons est bien la conductance $C = 1/R$ du volume exploré par la sonde. Il en est de même pour les fluctuations de conductance qui constituent en quelque sorte une modulation d'amplitude du signal sinusoïdal. Il faudrait cependant pouvoir s'assurer que l'impédance Z est bien équivalente à une résistance pure aux fréquences où nous travaillons.

2 - LES RESULTATS EXPERIMENTAUX

21 - CONDITIONS OPERATOIRES

- Quatre lots de même masse (1600 g) de billes de verre ont été utilisés. Les diamètres moyens de chaque lot et l'écart type de la distribution des diamètres sont :

1	$d_g = 596 \mu$	$\sigma = 38 \mu$
2	$d_g = 800 \mu$	$\sigma = 40 \mu$
3	$d_g = 1040 \mu$	$\sigma = 34 \mu$
4	$d_g = 1490 \mu$	$\sigma = 55 \mu$

- Chaque lot a été fluidisé dans la colonne utilisée dans la première partie de ce travail, et nous avons fait varier la porosité entre le minimum ($\epsilon_{mf} = 0,39$) et une valeur voisine de 0,85.

- Nous avons vérifié que la porosité moyenne le long de l'axe du lit fluidisé restait bien constante, sauf au voisinage de la grille-support et au voisinage de la surface du lit. Ainsi, pour toutes les mesures rapportées ci-après, les sondes étaient maintenues à 10 cm au dessus de la grille.

22 - MODE D'EXPRESSION DES RESULTATS

Comme nous l'avons montré au paragraphe 134, nous déterminons la valeur moyenne dans le temps de la conductance locale $\bar{C}$. Nous en déduisons alors la porosité moyenne ϵ par la relation (3) du paragraphe 12, ainsi que

la fraction de volume complémentaire $\Phi = 1-\epsilon$ occupé par les billes de verre. Nous en déduisons également le nombre N de billes dans le volume V exploré par la sonde :

$$N = \frac{6(1-\epsilon) V}{\pi d_g^3} = (1-\epsilon) \frac{V}{v_g} \quad (10)$$

De l'écart réduit des fluctuations de conductance $\sigma_c/\bar{C}$, nous déduisons l'écart réduit des fluctuations de porosité $\sigma_\epsilon/\epsilon = \Delta_\epsilon/\epsilon = \sigma_c/\bar{C}$. Mais nous calculerons surtout une grandeur physiquement plus représentative, à savoir l'écart réduit des fluctuations de concentration de billes :

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{\Delta \Phi}{\Phi} = \frac{\sigma_c}{C} \cdot \frac{\epsilon}{1-\epsilon} \quad (11)$$

Les résultats numériques sont donnés dans les tableaux de l'annexe VI.

23 - INFLUENCE DES DIFFERENTES VARIABLES

- Les figures 9 et 10 montrent, comme l'avait trouvé COEURET, que l'écart réduit des fluctuations de *concentration* de billes croît quasi exponentiellement avec la porosité ϵ . Les fluctuations sont évidemment nulles au minimum de fluidisation, et elles dépassent 15 % pour la petite sonde (de volume $1,84 \text{ cm}^3$) pour une porosité de 0,80.

- A porosité constante, une augmentation du diamètre des grains entraîne une légère augmentation des fluctuations de concentration.

- De même, on remarque que ces fluctuations sont d'autant plus importantes que le volume exploré par la sonde est petit.

- La figure (16) montre que si, au contraire, on porte l'écart-réduit des fluctuations de *porosité* en fonction de la porosité moyenne, on obtient une courbe qui passe de zéro (pour $\epsilon_{mf} = 0,39$) à zéro (pour $\epsilon = 1$) et présente un maximum pour ϵ voisin de 0,7. Ce résultat est en accord avec ceux de TRUPP (T1) et de AL-SALIM (A1). Nous en proposerons plus loin une interprétation théorique.

3 - INTERPRETATION - DISCUSSION

31 - LE MODELE DU GAZ DE VAN DER WAALS

Considérons un petit volume V contenant N molécules de fluide. On montre (R2, L1) que l'écart réduit des fluctuations de concentration, à

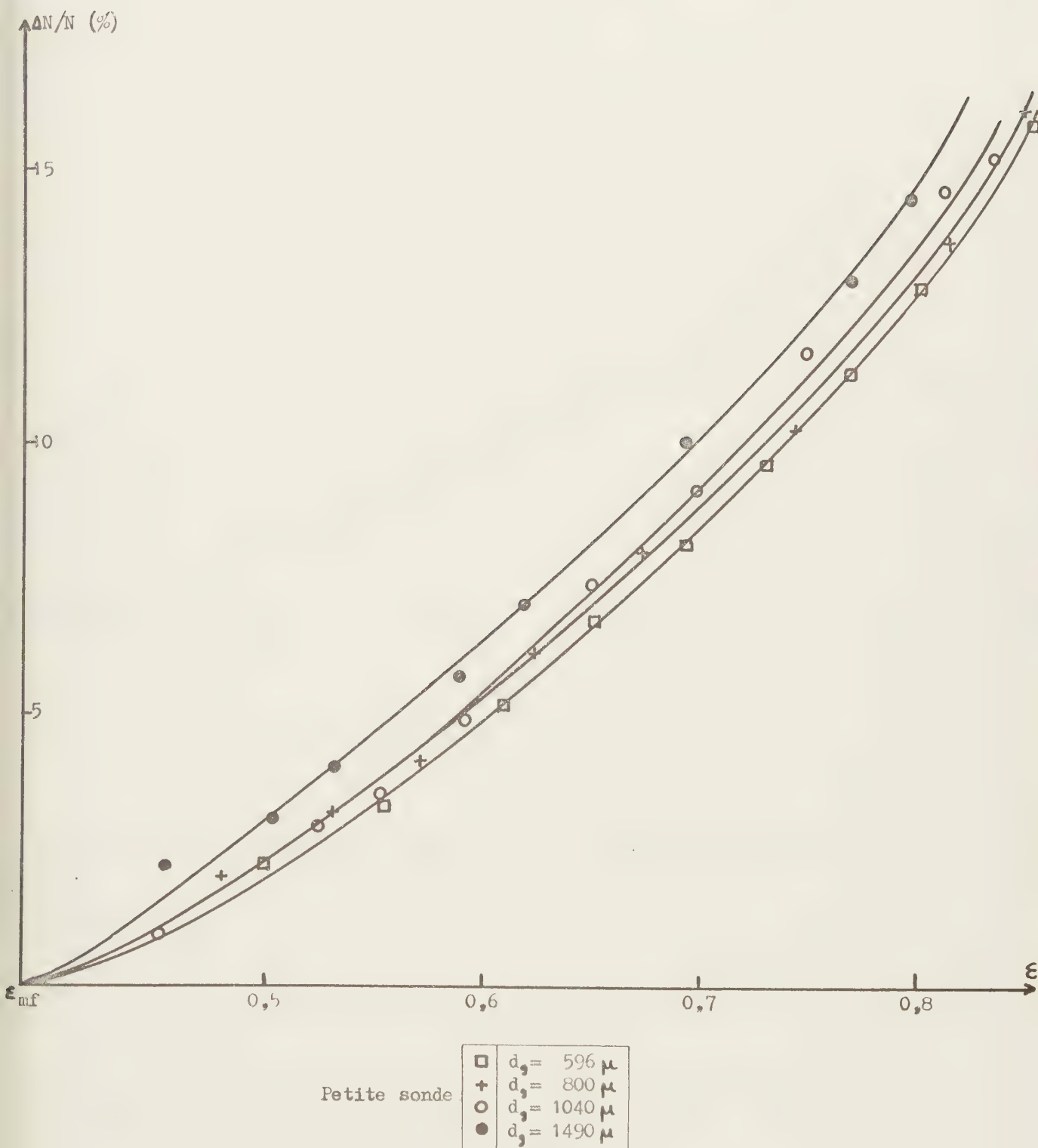


FIGURE -9- Fluctuations de concentration en fonction de la porosité locale

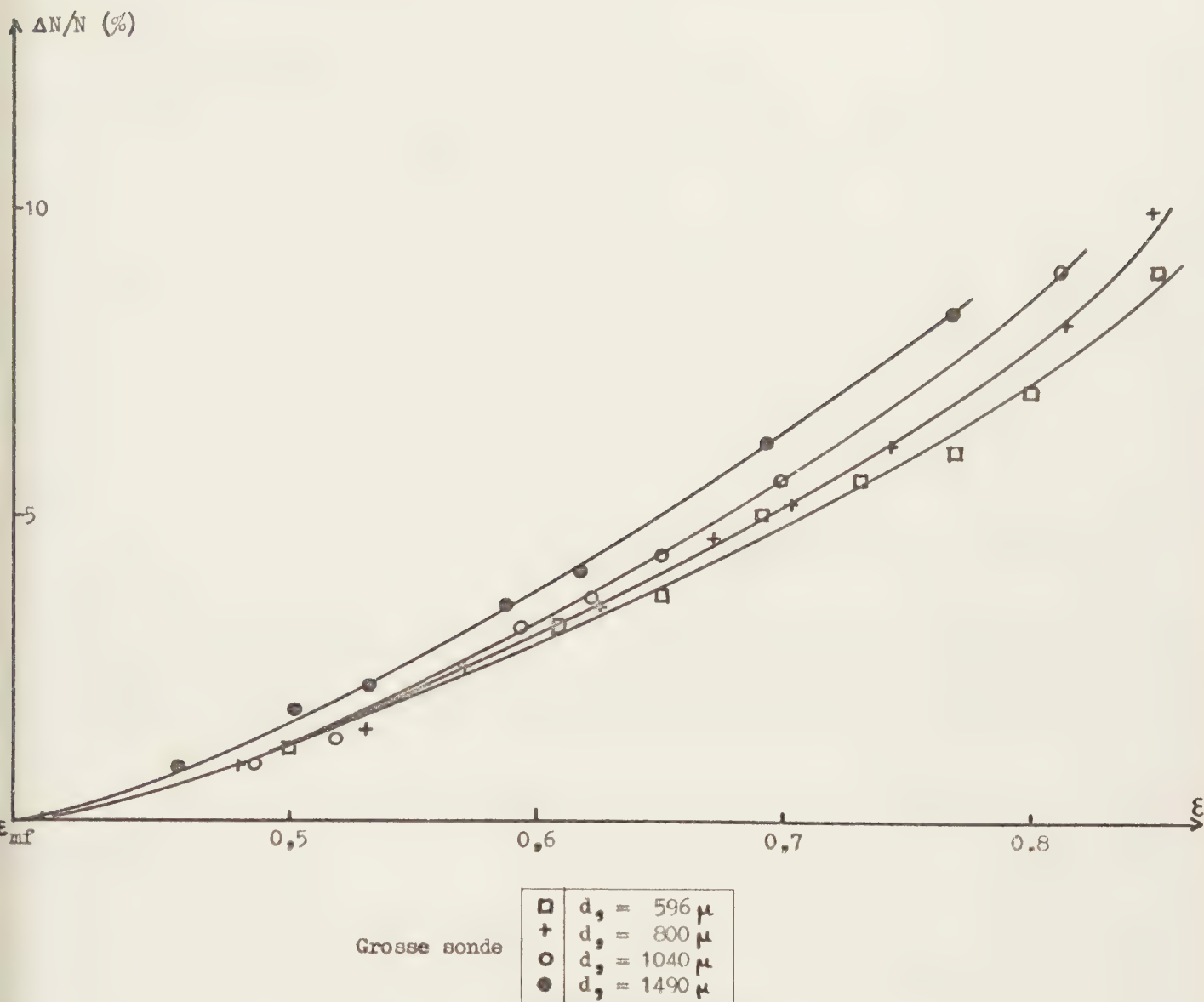


FIGURE -10- Fluctuations de concentration en fonction de la porosité locale

température constante, est donné par la relation :

$$\left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2 = \frac{R}{N} \frac{T}{V^2} \left(\frac{\partial V}{\partial P}\right)_T \quad (12)$$

Dans le cas d'un gaz de Van der Waals, dont l'équation d'état est

$$P = \frac{RT}{V-b}$$

La relation (12) devient

$$\frac{\Delta N}{N}^2 = \frac{1}{N} \left(1 - \frac{b}{V}\right)^2 \quad (13)$$

Le terme b ou covolume représente le volume non négligeable et incompressible, des molécules en empilement compact.

COEURET (C2) a proposé d'appliquer à un lit fluidisé *homogène* ce modèle du gaz de Van der Waals. Les fluctuations de concentration s'annulent au minimum de fluidisation ($\epsilon_{mf} = 0,39$), c'est-à-dire quand le covolume b est égal au volume V exploré par la sonde. En appliquant la relation (10), il vient

$$b = \frac{N v_g}{1 - \epsilon_{mf}} \quad (14)$$

d'où

$$\frac{b}{V} = \frac{1 - \epsilon}{1 - \epsilon_{mf}} \quad (15)$$

En reportant alors (10) et (15) dans la relation (13), il vient

$$\left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2 = \frac{v_g}{V(1-\epsilon)} \left(1 - \frac{1 - \epsilon}{1 - \epsilon_{mf}}\right)^2 \quad (16)$$

soit encore

$$\boxed{\frac{\Delta N}{N} = \sqrt{\frac{v_g}{V}} \cdot f(\epsilon, \epsilon_{mf})} \quad \text{avec} \quad \boxed{f(\epsilon, \epsilon_{mf}) = \frac{\epsilon - \epsilon_{mf}}{(1 - \epsilon_{mf}) \sqrt{1 - \epsilon}}} \quad (17)$$

32 - APPLICATION A LA COMPARAISON DES VOLUMES EXPLORÉS PAR LES DEUX SONDES

Le modèle présenté ci-dessus prévoit que l'écart réduit des fluc-

tuations de concentration et inversement proportionnel à la racine carrée du volume V de la zone explorée. Ceci n'est d'ailleurs pas une propriété particulière au modèle du gaz de Van der Waals. On sait en effet que dans toute population d'individus statistiquement indépendants, l'écart réduit d'un échantillon est inversement proportionnel à la racine carrée du nombre d'individus de l'échantillon.

Nous avons donc comparé les séries de courbes des figures 9 et 10 en faisant le rapport des ordonnées pour un même lot de grains et une même porosité. Sur la figure 11, nous avons reporté ce rapport en fonction de la porosité. Nous constatons que ce rapport est sensiblement constant et égal à la valeur prévue théoriquement, soit

$$\left(\frac{\Delta N}{N}\right)_1 / \left(\frac{\Delta N}{N}\right)_2 = \sqrt{\frac{V_2}{V_1}} = \sqrt{\frac{5,38}{1,84}} = 1,71 \quad (18)$$

On observe cependant que ce rapport est plus grand que prévu pour les faibles porosités ($\epsilon < 0,48$). Nous pensons que la précision sur le calcul de ce rapport est plus faible pour les faibles porosités, pour lesquelles les valeurs de σ_c sont petites et donc que leur détermination est peu précise (cf paragraphe 135 d). Toutefois, les fluctuations sont un peu plus grandes que prévues pour la petite sonde, ce qui peut s'expliquer par le fait que cette petite sonde perturbe un peu le caractère aléatoire des fluctuations.

33 - VARIATIONS DES FLUCTUATIONS AVEC LA POROSITE MOYENNE

Le modèle prévoit que l'augmentation de l'écart réduit des fluctuations de concentration, en fonction de la porosité, est donnée par la fonction $f(\epsilon, \epsilon_{mf})$ de la relation (17).

Nous avons donc cherché si les points de coordonnées $\left[\frac{\Delta N}{N}, f(\epsilon, \epsilon_{mf})\right]$ pouvaient s'aligner sur une droite passant par l'origine et de pente p qui devrait être égale à $\sqrt{\frac{V_g}{V}}$

Mais pour plus de rigueur, nous n'avons pas admis a priori que le paramètre ϵ_{mf} était nécessairement égal à la valeur 0,39 correspondant au minimum de ϵ_{mf} fluidisation, mais nous avons recherché la meilleure valeur de ϵ_{mf} , pour minimiser la somme des carrés

$$S = \left[\frac{\Delta N}{N} - p \cdot f(\epsilon, \epsilon_{mf}) \right]^2$$

Le calcul montre que S passe par un minimum pour ϵ_{mf} compris entre 0,30 et 0,39, mais que ce minimum n'est pas très aigu. Cela justifie donc le choix de la valeur $\epsilon_{mf} = 0,39$.

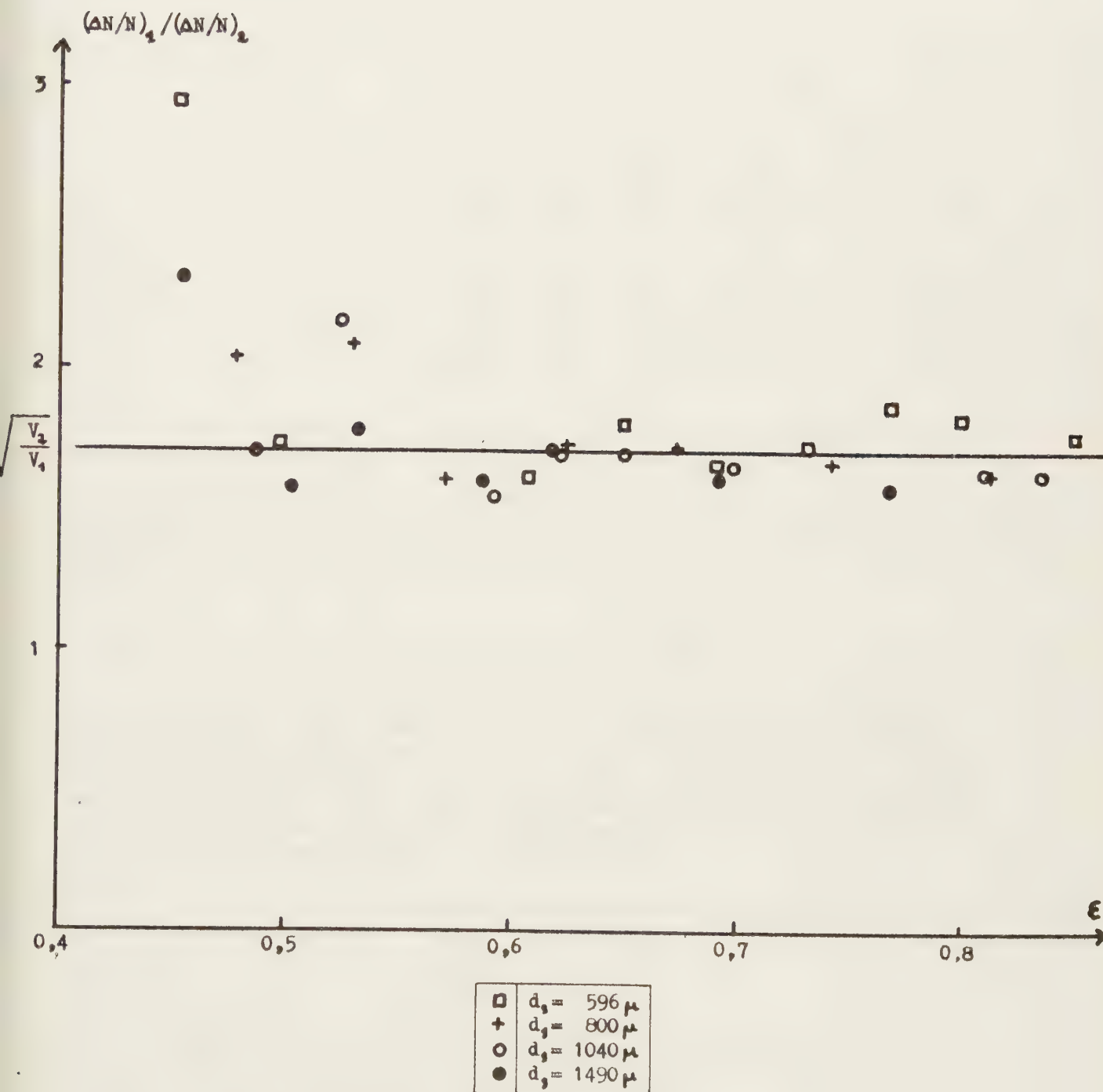


FIGURE -11- Rapport des fluctuations de concentration
pour les deux sondes de mesure

Les figures 12 et 13 représentent alors la relation linéaire (17) pour les deux sondes et les divers lots de grains étudiés.

Les pentes p de ces 8 droites sont données dans le tableau ci-dessous et comparées au rapport $\sqrt{\frac{v_g}{V}}$

	d_g (μ)	p	$\sqrt{\frac{v_g}{V}}$	$p/\sqrt{\frac{v_g}{V}}$
Petite sonde $V_1=1,84 \text{ cm}^3$	596	$8,64 \times 10^{-2}$	$0,776 \times 10^{-2}$	11,13
	800	$8,75 \times 10^{-2}$	$1,206 \times 10^{-2}$	7,26
	1040	$9,26 \times 10^{-2}$	$1,790 \times 10^{-2}$	5,18
	1490	$10,45 \times 10^{-2}$	$3,075 \times 10^{-2}$	3,40
Grosse sonde $V_2=5,38 \text{ cm}^3$	596	$4,86 \times 10^{-2}$	$0,453 \times 10^{-2}$	10,73
	800	$5,34 \times 10^{-2}$	$0,705 \times 10^{-2}$	7,57
	1040	$5,59 \times 10^{-2}$	$1,048 \times 10^{-2}$	5,34
	1490	$6,78 \times 10^{-2}$	$1,793 \times 10^{-2}$	3,78

Nous constatons que les pentes p des droites expérimentales sont toujours plus grandes que les valeurs $\sqrt{\frac{v_g}{V}}$ prévues par le modèle théorique, et que le rapport $p/\sqrt{\frac{v_g}{V}}$ est sensiblement le même pour les deux sondes. Pour interpréter cet écart, il convient, comme l'avait proposé COEURET (C1) de perfectionner le modèle en supposant que les grains se déplacent par "paquets" cohérents.

34 - LE MODELE DU FLUIDE DE "PAQUETS" DE GRAINS

Le modèle précédent supposait que chaque grain se déplaçait par des mouvements statistiquement indépendants de ses voisins. Supposons alors que chaque grain appartient à un "paquet" contenant "a" grains en moyenne. Nous supposerons que ces a grains se déplacent avec des mouvements cohérents, par exemple avec des vecteurs-vitesses quasi parallèles. Dans ces conditions, c'est chaque paquet que l'on doit considérer comme un individu indépendant du point de vue statistique.

Le volume V_p d'un paquet se déduit de la pente p des droites expérimentales en écrivant :

$$p = \sqrt{\frac{V_p}{V}}$$

Les huit valeurs du volume V_p sont données dans le tableau

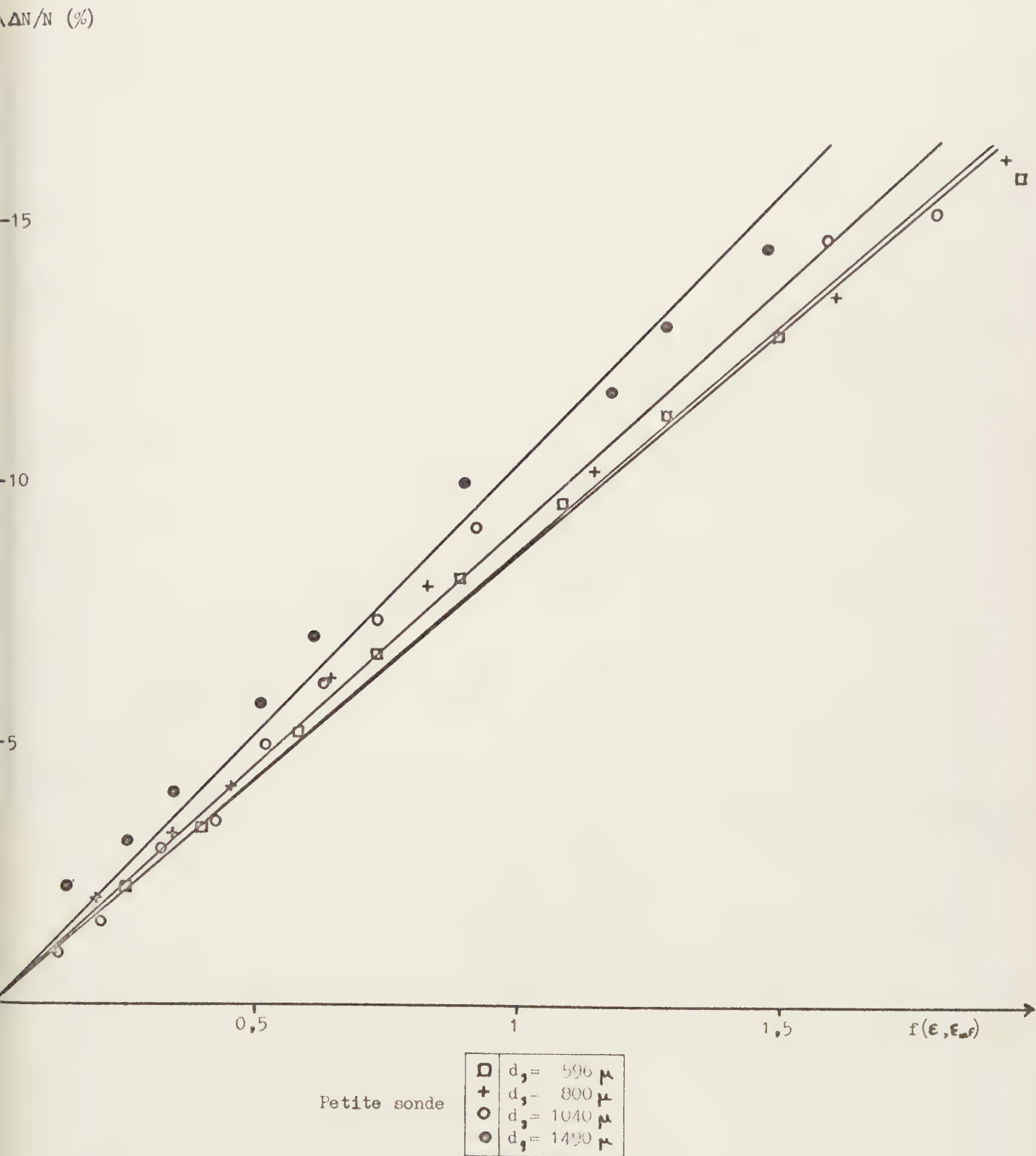


FIGURE -12- Fluctuations de concentration dans le modèle du gaz de Van der Waals

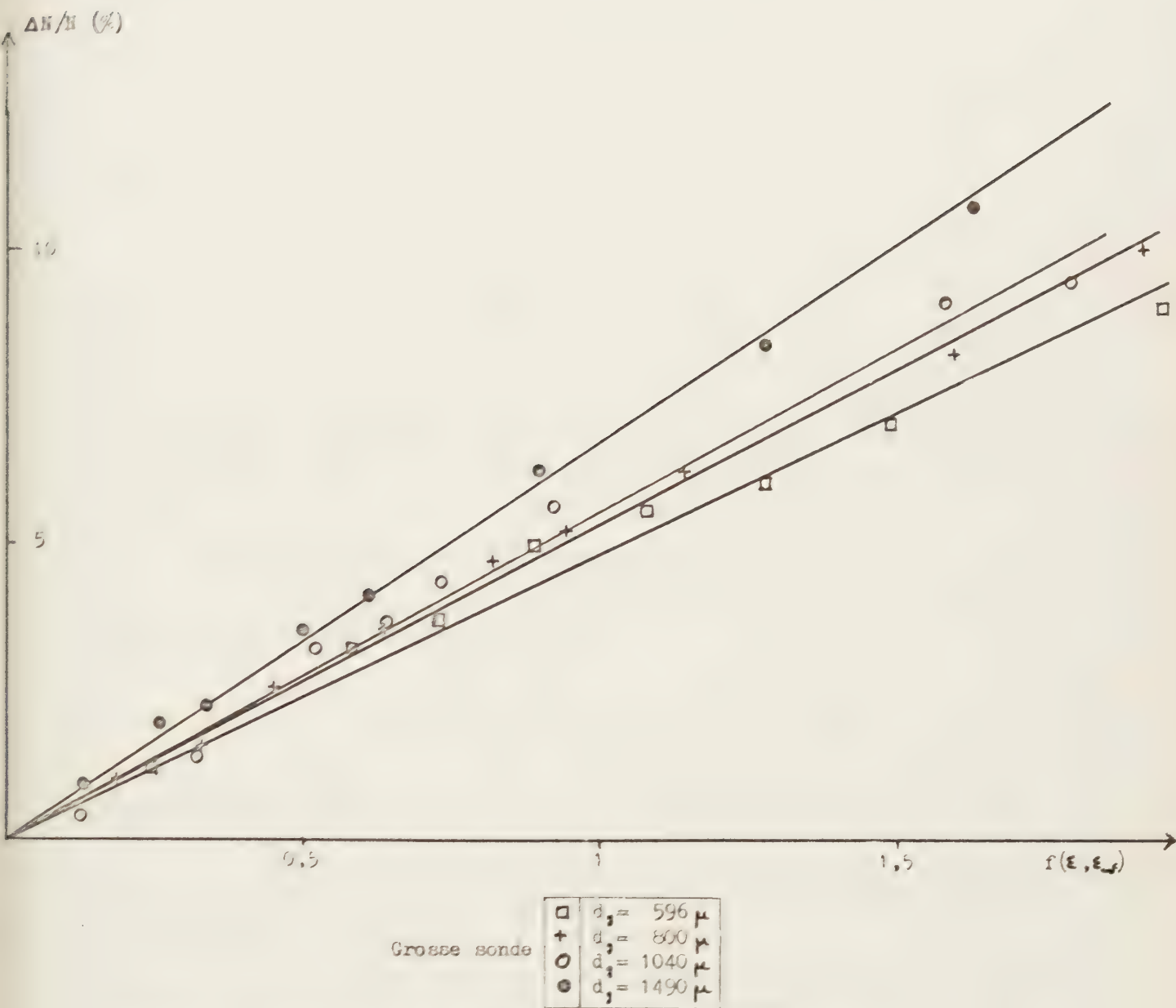


FIGURE -13- Fluctuations de concentration dans le modèle du gaz de Van der Waals

ci-dessous

	d_g μ	V_p mm^3	d_p/d_g	$\epsilon_p^a = 0,39$	$\epsilon_p^a = 0,476$
Petite sonde	596	13,7	4,98	75	65
$V=1,84 \text{ cm}^3$	800	14,1	3,74	39	34
	1040	15,8	3,00	16	14
	1490	20,0	2,25	7	6
Grosse sonde	596	12,7	4,85	70	60
$V=5,38 \text{ cm}^3$	800	15,3	3,85	43	37
	1040	16,8	3,06	17	15
	1490	24,6	2,42	9	7

Il est remarquable que le volume V_p d'un paquet pour le même lot de grains soit sensiblement le même, que la mesure soit faite avec la grosse ou la petite sonde. Ceci tend à prouver que les deux sondes ne perturbent pas trop la structure du lit fluidisé.

341 - Hypothèse sur la texture des paquets

Le nombre a de grains par paquets est lié à la porosité interne ϵ_p du paquet par la relation

$$\epsilon_p = \frac{V_p - a v_g}{V_p} \quad \text{d'où} \quad a = \frac{(1 - \epsilon_p) V_p}{v_g}$$

Donc le fait que V_p soit constant pour un lot de grains implique que la quantité $a/(1 - \epsilon_p)$ soit constante.

Par la suite pour calculer a , il faut faire une hypothèse sur la valeur de ϵ_p , et on peut a priori imaginer deux modèles simples pour la texture des paquets :

a) On peut imaginer que le nombre a de grains par paquets n'est pas constant, mais qu'il diminue quand on augmente la vitesse de fluidisation u , c'est-à-dire la porosité moyenne du lit ϵ .

L'hypothèse la plus simple consisterait à admettre que la diminution de concentration $1 - \epsilon_p$ dans un paquet est proportionnelle à la diminution moyenne de concentration ϵ dans le lit fluidisé, soit

$$\frac{1 - \epsilon_p}{1 - \epsilon} = \text{constante.}$$

Comme, au minimum de fluidisation, on doit avoir $\epsilon_p = \epsilon_{mf}$
cela implique

$$\frac{1 - \epsilon_p}{1 - \epsilon} = 1 \quad \text{pour tout } \epsilon, \text{ c'est-à-dire } \epsilon_p = \epsilon$$

Ceci est contraire à nos résultats expérimentaux, car le fait que $\epsilon_p = \epsilon$ implique que chaque grain se déplace individuellement.

On ne peut donc pas conserver ce modèle.

b) On peut imaginer le lit fluidisé comme un milieu à deux phases : des paquets d'une phase "dense" sont mobiles au sein d'une phase continue "lâche". La porosité interne ϵ_p des paquets serait voisine de celle du lit au minimum de fluidisation ($0,39 < \epsilon_p < 0,47$) ; au contraire la porosité interne de la phase "lâche" serait à peine inférieure à l'unité. On remarquera que ce modèle ressemble assez bien à ceux qui ont été proposés par divers auteurs, HASSET (H2) et VOLPICELLI (V1) et aux photographies de lits bidimensionnels prises par ces auteurs.

Nous avons fait le calcul pour deux valeurs de ϵ_p :

- $\epsilon_p = 0,39$ correspondant à l'empilement désordonné compact

- $\epsilon_p = 1 - \frac{\pi}{6} = 0,476$ correspondant à l'empilement cubique

qui est le mode d'empilement le plus lâche.

Les valeurs de a correspondantes sont données dans les 4ème et 5ème colonnes du tableau précédent ainsi que sur la figure 14.

Cette figure montre que a diminue très vite lorsque le diamètre des grains augmente, et semble tendre vers une valeur de l'ordre de l'unité pour les très gros grains.

Ainsi, la fluidisation, aggrégative pour les petites particules, tend vers la fluidisation particulaire (mouvements de grains statistiquement indépendants) pour les grosses particules.

35 - COMPARAISONS AVEC LES TRAVAUX ANTERIEURS DE COEURET ET DES AUTRES AUTEURS

351 - Comparaison avec les travaux de COEURET (fluctuation de conductance

Les résultats exposés aux paragraphes 23 et 33 sont en parfait accord avec ceux de COEURET (C2). Toutefois, en ce qui concerne le

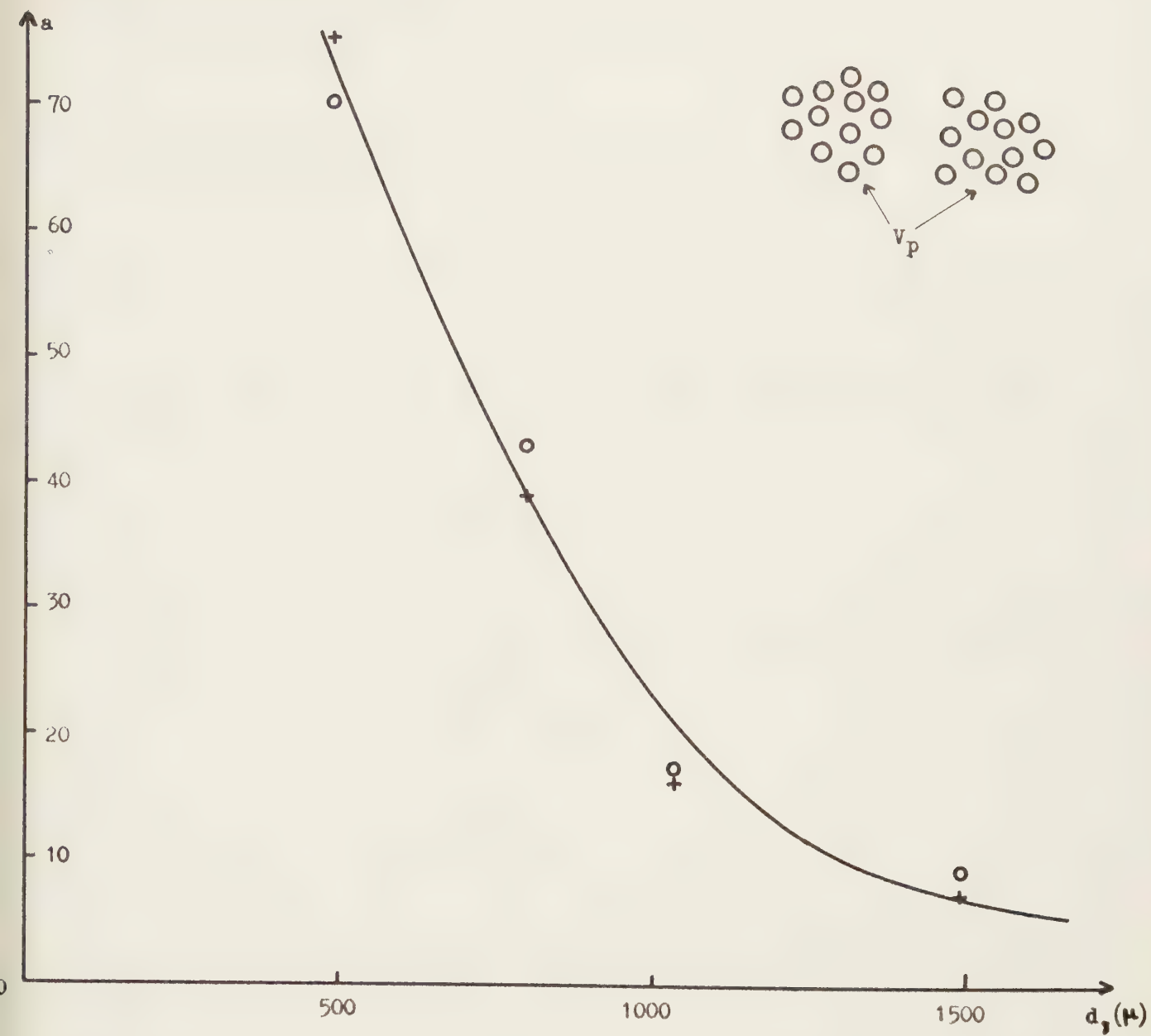


FIGURE -14- Variations du nombre de grains par paquets avec le diamètre des particules ($\epsilon_p = 0,39$)

modèle du gaz de Van der Waals, COEURET avait déterminé le covolume des particules en supposant qu'il correspondait à un empilement cubique de sphères identiques, c'est-à-dire à $\epsilon_{mf} = 1 - \frac{\pi}{6} = 0,476$.

Nous allons donc montrer que la relation (17) du paragraphe 31 avec $\epsilon_{mf} = 0,390$ représente statistiquement mieux nos résultats que la même relation avec $\epsilon_{mf} = 0,476$ qui représentait les résultats de COEURET.

Nous avons calculé les coefficients de corrélation linéaire des deux grandeurs $\Delta N/N$ et $f(\epsilon, \epsilon_{mf})$. En effet, on montre (M1) ces deux grandeurs seront d'autant mieux liées linéairement que leur coefficient de corrélation linéaire r sera plus proche de l'unité.

$$r = \frac{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\Delta N}{N} \right)_i \cdot f(\epsilon, \epsilon_{mf})}{m \sigma_f \cdot \sigma_N}$$

m étant le nombre de points expérimentaux de coordonnées $\left[f(\epsilon, \epsilon_{mf})_i, \left(\frac{\Delta N}{N} \right)_i \right]$

Avec
$$\sigma_f^2 = \frac{\sum_{i=1}^m f^2(\epsilon, \epsilon_{mf})_i}{m}$$

$$\sigma_N^2 = \frac{\sum_{i=1}^m \left(\frac{\Delta N}{N} \right)_i^2}{m}$$

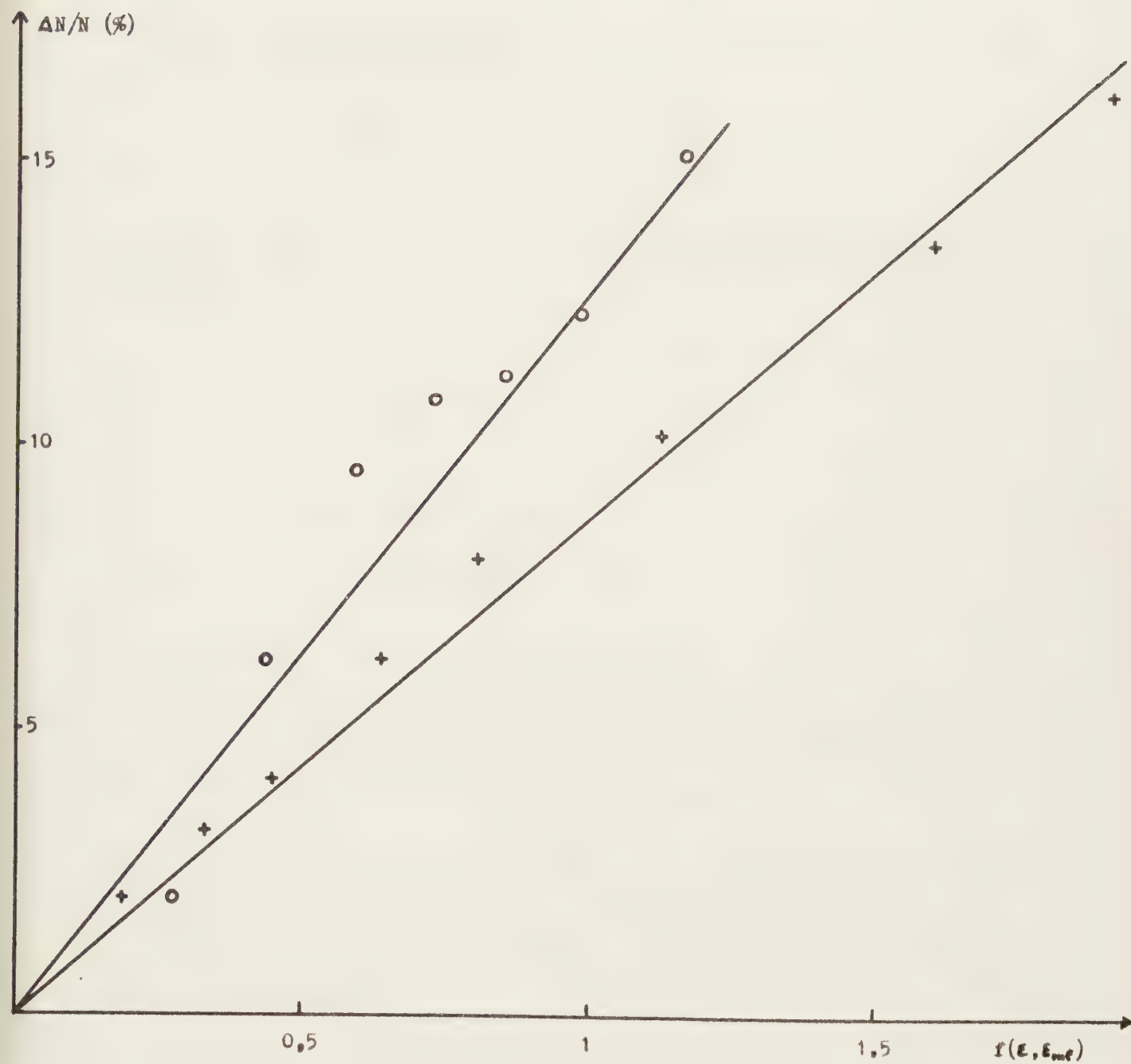
La figure 15 montre les deux droites représentant respectivement les résultats de COEURET et ceux du présent travail pour des lots de billes de diamètres voisins.

On voit que la différence $1-r$ correspondant au présent travail est deux fois plus petite que celle correspondant aux résultats de COEURET.

Nous pouvons donc dire que l'association $\Delta N/N$ et $f(\epsilon, \epsilon_{mf})$ est plus voisine de la dépendance fonctionnelle linéaire de la relation (17) pour nos résultats que pour ceux de COEURET.

352 - Comparaison avec d'autres travaux (fluctuation de porosité)

A notre connaissance, deux auteurs TRUPP (T1) et AL-SALIM (A1) ont fait des mesures analogues aux nôtres et à celles de COEURET, et présentent leurs résultats en portant l'écart réduit des fluctuations de porosité $\Delta\epsilon/\epsilon$ en fonction de ϵ .



○	COEURET	$d_g = 860 \mu$	$1-r = 0,0072$
+	Présent travail	$d_g = 800 \mu$	$1-r = 0,0037$

FIGURE -15- Comparaison des coefficients de corrélation
linéaire des résultats de F.COURET et du
présent travail

De la relation (17) du paragraphe 31, nous pouvons déduire la relation donnant les fluctuations de porosité

$$\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} = \left(\frac{\Delta N}{N} \right) \frac{1-\epsilon}{\epsilon} = \left(\frac{V_p}{V} \right)^{1/2} \frac{\epsilon - \epsilon_{mf}}{\epsilon(1-\epsilon_{mf})} (1-\epsilon)^{1/2} \quad (20)$$

Cette relation montre que, pour un même ϵ_{mf} les courbes $\Delta \epsilon / \epsilon$ versus ϵ pour chaque type de particules étudié sont affines l'une de l'autre, car la quantité V_p/V est une constante pour un diamètre de bille donné.

D'autre part, en dérivant la relation 20, on obtient

$$\left(\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \right)' = \left(\frac{V_p}{V} \right)^{1/2} \frac{(-\epsilon^2 - \epsilon \epsilon_{mf} + 2 \epsilon_{mf})}{2(1-\epsilon_{mf}) \epsilon^2 (1-\epsilon)^{1/2}} \quad (20')$$

Cette dérivée s'annule pour

$$\epsilon_{\max} = \frac{-\epsilon_{mf} + \sqrt{\epsilon_{mf}^2 + 8 \epsilon_{mf}}}{2}$$

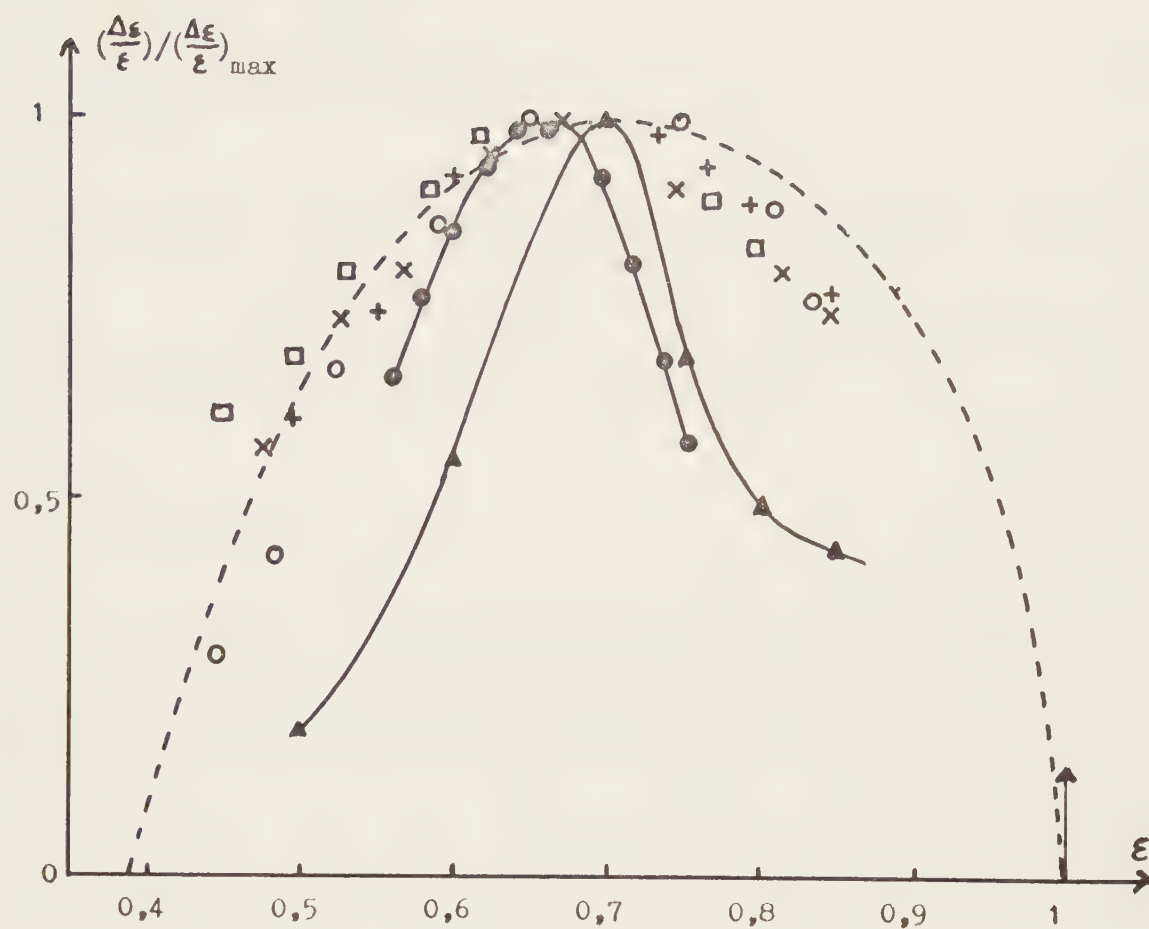
$$\text{Soit } \epsilon_{\max} = 0,71 \quad \text{pour } \epsilon_{mf} = 0,390$$

Donc les courbes $\Delta \epsilon / \epsilon$ versus ϵ passent par un maximum pour $\epsilon = \epsilon_{\max}$, et comme elles sont affines, nous pouvons rassembler tous nos résultats expérimentaux en portant $\left(\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \right) / \left(\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \right)_{\max}$ en fonction de ϵ .

La figure 16 montre comment se placent nos points expérimentaux par rapport à la courbe théorique de la relation 20. On constate ainsi que pour les fortes porosités, le modèle est moins bien suivi, et les points se situent à l'intérieur de la courbe théorique. Ceci peut s'expliquer par le fait que le nombre de grains par paquets doit diminuer un peu aux fortes vitesses, d'où des fluctuations plus faibles que celles prévues par la théorie.

Sur cette même figure, nous avons placé les résultats des auteurs ci-dessus. On retrouve la présence d'un maximum voisin de $\epsilon_{\max} = 0,7$, mais les concavités des courbes sont trop différentes pour que l'on puisse considérer que notre modèle représente aussi ces résultats.

Les résultats de TRUPP concernent des billes d'acier de 3,8 mm de diamètre, fluidisées par de l'eau, et il mesurait la variation d'impédance d'une sonde équivalente à un circuit résistance capacité.



	●	AL-SALIM
	▲	TRUPP
$d, (\mu)$		
596	+	
800	x	Présent
1040	○	travail
1490	□	

FIGURE -16 - Fluctuations de porosité

Comparaison des résultats des différents auteurs

Les résultats de AL-SALIM ont été obtenus par une sonde capacitive plongée dans un lit fluidisé de billes de verre de 1100 μ de diamètre dans un liquide de viscosité 5 fois supérieure à celle de l'eau.

Nous avons employé une sonde de conductance. Les trois méthodes sont donc des méthodes électriques, mais les systèmes électroniques d'amplification et de détection en sont très différents.

On peut donc penser que le mauvais accord entre ces différents résultats est dû aux méthodes de mesure d'une part et d'autre part à la différence des systèmes liquide-solide étudiés.

4 - CONCLUSION =====

Nous avons donc perfectionné la méthode mise au point par COEURET dans ce laboratoire, et nous avons pu ainsi préciser les résultats obtenus par COEURET. En utilisant des sondes de volume exploré bien déterminé et une technique automatique précise, nous avons confirmé qu'un lit fluidisé se comporte comme un gaz de "groupes de grains", en dégageant la notion de paquets de grains de volumes bien déterminés.

BIBLIOGRAPHIE DE LA IIème PARTIE

- (A1) Q. AL-SALIM - In Drinkenburg A.A.H. éd. "Proceedings of the International Symposium on Fluidization" 1967 p. 546 (Amsterdam Netherlands University Press)
- (B1) R. BEN AIM and P. LE GOFF - Powder Techn. 1 1968 281
- (B2) R. BEN AIM and P. LE GOFF - Powder Techn. 2 1968/69 1
- (C1) F. COEURET - Thèse Nancy 1967 "Applications des méthodes électrochimiques à l'étude de la fluidisation liquide"
- (C2) F. COEURET, P. LE GOFF and F. VERGNES - In Drinkenburg A.A.H. éd. "Proceedings of the International Symposium on Fluidization" 1967 p. 537 (Amsterdam : Netherlands University Press)
- (D1) E. DURAND - Electrostatique et Magnétostatique (Masson et Cie) 1953
- (H1) W.I. HIGUCHI - J. Phys. Chem. 62 649 1958
- (H2) N.J. HASSET - In Drinkenburg A.A.H. éd. "Proceedings of the International Symposium on Fluidization" 1967 p. 362 (Amsterdam : Netherlands University Press)
- (K1) M. KEDDAM - Thèse Paris 1968 "Contribution à l'étude du mécanisme de la dissolution anodique par analyse de l'impédance faradique"
- (L1) LANDAU et LIFSHITZ - Statistical Physics (Pergamon Press - Londres) 1959 p. 344
- (M1) A. MONJALLON - Introduction à la méthode statistique 1966 p. 151
- (R1) RAYLEIGH - Phil. Mag. 1892 34 481
- (R2) Y. ROCARD - Thermodynamique (Masson et Cie) 1952 p. 383
- (S1) J. STERN, J. de BARBEYRAC, R. POGGI - Méthodes pratiques d'études de fonctions aléatoires (Dunod, Paris) 1967
- (T1) A.C. TRUPP - "Dynamics of liquid fluidized beds of spheres" Tripartite Chem. Eng. Conference - Montreal 1968 - Symposium on Fluidization
- (V1) G. VOLPICELLI, L. MASSIMILLA et F.A. ZENZ - Chem. Eng. Progress Symposium Series n° 67 vol 62 1966 p. 42

IIIème PARTIE

-:-:-:-:-

LES PROPRIETES DE TRANSPORT DANS LES LITS FLUIDISES EN RELATION AVEC LES RESULTATS PRECEDENTS

Plan

- EXPOSE DU PROBLEME
- 1 - PROPRIETES RELATIVES A LA PHASE SOLIDE DISPERSEE
 - 11 - Diffusivité des grains
 - 12 - Viscosité apparente du lit fluidisé
- 2 - TRANSFERT DE MATIERE ET ENERGIE CINETIQUE DES GRAINS
 - 21 - Les résultats des différents auteurs
 - 22 - Comparaison entre transfert de chaleur et transfert de matière
 - 23 - Les différents modèles théoriques

IIIème PARTIE

-:-:-:-:-

LES PROPRIETES DE TRANSPORT DANS LES LITS FLUIDISES

EN RELATION AVEC LES RESULTATS PRECEDENTS

EXPOSE DU PROBLEME

=====

Les résultats précédents, concernant d'une part l'énergie cinétique ou la vitesse des particules, et d'autre part les fluctuations de concentration de grains dans une colonne donnée, décrivent les variations de grandeurs microscopiques caractérisant l'agitation des grains. Il est donc important d'essayer de relier maintenant ces grandeurs à des grandeurs macroscopiques de transport et de transfert (de matière et de chaleur) dans les lits fluidisés.

C'est pourquoi nous étudierons d'abord de façon très qualitative deux propriétés de transport de la phase solide dispersée (diffusivité de grains et viscosité apparente du lit fluidisé), ceci en comparant nos résultats à d'autres travaux.

Ensuite, après avoir déterminé un coefficient de transfert de matière entre la phase fluide et une paroi immergée dans le lit, nous chercherons à expliquer le mécanisme de transfert en prenant pour base nos résultats et ceux des travaux de COEURET.

11 - DIFFUSIVITE DES GRAINS

Un certain nombre de travaux ont montré que le déplacement au hasard des particules d'un lit fluidisé était assez bien décrit par un modèle diffusionnel, mais la majorité des auteurs a étudié la fluidisation gaz-solide : ce sont en particulier les travaux de GABOR (G1), ROWE et PARTRIDGE (R1) et BORLAI et coll. (B2).

En fluidisation liquide-solide, HANDLEY (H2), KENNEDY et BRETTON (K1), ROWE et coll. (R2), et très récemment, CARLOS et RICHARDSON (C2) ont fait un petit nombre de mesures de la diffusivité axiale des particules solides d'un lit fluidisé.

CARLOS et RICHARDSON ayant mesuré aussi, comme nous l'avons fait, la distribution des vitesses des particules, ils ont pu comparer les valeurs expérimentales D_{ex} de la diffusivité axiale qu'ils avaient obtenues à la valeur théorique D_{th} du coefficient d'autodiffusion de ces mêmes particules, en assimilant le lit fluidisé à un gaz de particules. D_{th} était alors calculé à partir de la relation suivante

$$D_{th} = a \lambda_1 \bar{v} \quad \text{avec } a \approx \frac{1}{3}$$

λ_1 étant le libre parcours moyen de la particule.

Les auteurs précédents calculaient λ_1 à partir de la formule classique de la théorie cinétique des gaz, valable pour les fluides dilués soit

$$\lambda_1 = \frac{1}{\sqrt{2} \pi n d_g^2}$$

En explicitant le nombre n de grains par unité de volume, il vient

$$\lambda_1 = \frac{d_g}{6 \sqrt{2} (1-\epsilon)} \quad (2)$$

Cette dernière relation ne convenant pas pour des fluides condensés, ni pour des lits fluidisés, nous avons préféré employer la relation que nous avons établie dans la première partie de ce travail, à propos du "modèle à cage" (cf page I - 47), soit

$$\lambda_2 = 2 d_g \left[\sqrt[3]{\frac{0,60}{1-\epsilon}} - 1 \right] \quad (3)$$

Les valeurs de λ_1 et λ_2 pour différentes porosités sont données à titre indicatif dans le tableau ci-dessous pour des billes de 1040 μ de diamètre :

ϵ	$\epsilon_{mf}=0,40$	0,452	0,472	0,487	0,524	0,592	0,650	0,748	1
λ_1 (mm)	0,204	0,224	0,232	0,239	0,257	0,300	0,350	0,487	∞
λ_2 (mm)	0	0,064	0,094	0,108	0,166	0,290	0,414	0,700	∞

CARLOS et RICHARDSON ont alors observé que les valeurs de D_{th} données par la formule (1) étaient de l'ordre de 30 à 40 fois plus petites que les valeurs expérimentales D_{ex} qu'ils avaient obtenues.

KENNEDY et BRETTON ayant mesuré quelques valeurs de la diffusivité axiale D_{ex} de billes de verre de 1 mm de diamètre fluidisées par de l'eau, il nous a paru intéressant de comparer leurs résultats à la diffusivité théorique D_{th} calculée à partir des valeurs des vitesses moyennes que nous avons obtenues pour des billes de verre de 1040 μ de diamètre, le libre parcours moyen étant donné par la relation (3).

Le tableau ci-dessous donne les résultats obtenus :

u/u_{mf}	D_{ex} (cm ² /s) (Kennedy et Bretton)	D_{th} (cm ² /s) (présent travail)	D_{ex}/D_{th}
2,15	1,84	$2,98 \times 10^{-2}$	51,7
5,40	2,58	$14,32 \times 10^{-2}$	18,0
7,95	5,56	$21,0 \times 10^{-2}$	26,5

Nous constatons ici aussi que D_{th} est de 18 à 50 fois plus petit que D_{ex} , que l'interprétation des variations de la diffusivité des grains par un modèle donné par la théorie cinétique des gaz n'est pas applicable aux lits fluidisés.

Cependant, la différence d'ordre de grandeurs des diffusivités théoriques et expérimentales peut être attribuée au fait que les particules d'un lit fluidisé ne se déplacent pas individuellement. Nous rejoignons donc le concept de "paquets" de grains, introduit dans la deuxième partie de ce travail et dont nous reparlerons plus loin. La notion de "paquets" de grains permet en effet de définir un "libre parcours moyen" de paquet, plus grand que celui d'une particule indépendante. HOUGHTON (H3) a d'ailleurs proposé un modèle stochastique de diffusion "macroscopique" en considérant que les éléments diffusants du lit fluidisé avaient un diamètre 10 fois supérieur à celui d'une particule individuelle, pour ajuster la théorie à l'expérience.

12 - VISCOSITE APPARENTE DU LIT FLUIDISE

FURUKAWA et OHMAE (F1), SCHUGERL et coll. (S1) et très récemment SAXTON et VERMEULEN (S2) ont mesuré la viscosité apparente η_a de lits fluidisés liquide-solide. Cette grandeur est une fonction de la porosité, donc de l'agitation des grains, mais comme nous ne l'avons pas mesurée, nous l'avons déterminée de façon semi-théorique de façon à pouvoir comparer nos résultats à ceux des auteurs ci-dessus.

121 - Expression de la viscosité apparente dans le modèle du lit en sédimentation collective

On sait (L2) qu'un lit de porosité ϵ , fluidisé par un fluide s'écoulant à la vitesse u (vitesse interstitielle u/ϵ) est assimilable à un ensemble de grains en sédimentation collective à la vitesse $v_c = -u/\epsilon$, en supposant les parois du fût mobiles vers le haut à la même vitesse que le fluide.

La vitesse de sédimentation collective "à fond fermé" est celle d'un ensemble de grains tombant en chute libre dans un récipient clos. L'accumulation des grains dans le fond du récipient provoque un mouvement du fluide vers le haut : quand le volume $1-\epsilon$ de grains se dirige vers le bas avec la vitesse v_c , le volume ϵ de fluide remonte avec la vitesse u . La vitesse de sédimentation collective, s'obtient alors en remplaçant dans l'expression de la vitesse de chute libre d'un grain unique, la viscosité η et la masse volumique ρ_f du fluide par la viscosité apparente η_a et la masse volumique apparente ρ_a de la dispersion, soit :

$$v_c^{2-n} = \frac{4 d_g^{1+n} g (\rho_s - \rho_a)}{3 A \eta_a^n \rho_a^{1-n}} \quad (8)$$

$$\text{Avec } \rho_a = (1-\epsilon) \rho_s + \epsilon \rho_f$$

et la meilleure expression de η_a étant donnée par la loi semi-théorique suivante :

$$\eta_a = \eta \exp \frac{m(1-\epsilon)}{1-q(1-\epsilon)} \quad (9) \text{ m et q sont deux constantes empiriques}$$

Dans tous les systèmes que nous avons étudiés, l'écoulement du fluide se fait en régime intermédiaire ($1 < Re_g < 1000$) de sorte que les valeurs de A et n sont respectivement 18,5 et 0,6⁸.

Ainsi, à partir des courbes expérimentales d'expansion des

lits fluidisés étudiés, nous avons calculé les meilleures valeurs des coefficients m et q de façon que

$$v_c = \frac{u}{\varepsilon} \quad \text{pour tout } \varepsilon.$$

Le tableau suivant donne les résultats numériques obtenus :

Système	matière	$d_g (\mu)$	fluide	η (cp)	m	q
1	verre	596	eau	1,00	2,5	0,60
2	verre	800	eau	1,00	2,5	0,60
3	verre	843	eau	1,00	2,5	0,60
4	verre	1040	eau	1,00	2,5	0,60
5	verre	1490	eau	1,00	2,5	0,60
6	carbone	1040	eau	1,00	3,5	0,60
7	bronze	550	eau	1,00	2,5	0,60
8	verre	1040	eau + alcool + glycol	2,60	4,5	0,60
9	verre	1040	alcool + glycol	5,75	4,5	0,60

Les valeurs de m et q obtenues correspondent à celles données par divers auteurs qui trouvent

$$m = 4,2 \pm 1,7$$

$$q = 1,0 \pm 0,40$$

Pour les cinq premiers systèmes, on peut donc écrire

$$\eta_a = \eta \exp \left[\frac{2,5 (1-\varepsilon)}{1-0,60 (1-\varepsilon)} \right]$$

La viscosité apparente décroît donc très vite quand la porosité augmente, donc quand augmentent la vitesse de fluidisation et l'énergie cinétique $\bar{E}$ d'agitation des grains.

122 - Comparaison des résultats avec ceux des travaux antérieurs

Les variations de la viscosité apparente η_a des lits fluidisés avec la vitesse de fluidisation a conduit les auteurs cités ci-dessus à chercher si l'on pouvait définir un équivalent énergétique de la température pour un lit fluidisé, par analogie avec les théories des liquides de ANDRARE et EYRING (M2).

Ces théories montrent en effet que la variation de la viscosité d'un liquide avec sa température T peut se mettre sous la forme

$$\eta = A \exp \frac{B}{T} \quad (10)$$

A et B étant des constantes.

Or, en thermodynamique statistique, pour les gaz comme pour les liquides, la température T est une mesure absolue de l'agitation thermique des molécules, c'est-à-dire :

$$T = K_1 \bar{E} = K_1 \cdot \frac{1}{2} m \overline{v^2}$$

K_1 étant une constante.

Pour un modèle théorique assimilant les particules en mouvement dans le lit fluidisé à des petits oscillateurs harmoniques, FURUKAWA et OHMAE montrent que l'énergie cinétique $\bar{E}$ des particules et donc la "température" T^* du lit fluidisé est proportionnelle à la vitesse de fluidisation u et à la vitesse du fluide

$$T^* = K_1 \bar{E} = K_1 \Omega \eta u \quad (11)$$

Ω étant une constante.

Ces auteurs ont alors porté le logarithme de viscosités apparentes η_a qu'ils avaient mesurées en fonction de $1/u$, et on peut voir sur la figure 1 que leurs courbes sont assez grossièrement représentées par la relation

$$\text{Log } \eta_a = a + \frac{b}{u} = \alpha + \frac{\beta}{T^*} \quad \text{qui correspond à la relation (10)}$$

Comme nous avons mesuré l'énergie cinétique moyenne $\bar{E}$ d'agitation des grains, nous avons porté aussi le logarithme des viscosités que nous avons déterminées semi-théoriquement en fonction de $1/\bar{E}$, et ceci pour trois systèmes de billes de verre étudiés. Ces résultats sont portés en figure 2.

On constate la similitude des figures 1 et 2 : en effet :

1) $\text{Log } \eta_a$ croît linéairement avec $1/\bar{E}$, et les courbes s'incurvent vers le bas quand $1/\bar{E}$ devient petit, c'est-à-dire quand $\bar{E}$ devient grand.

2) La pente des droites $\text{Log } \eta_a = f(1/\bar{E})$ est d'autant plus importante que le diamètre des grains est plus grand, comme les pentes des droites $\text{Log } \eta_a = g(1/u)$ obtenues par FURUKAWA et OHMAE.

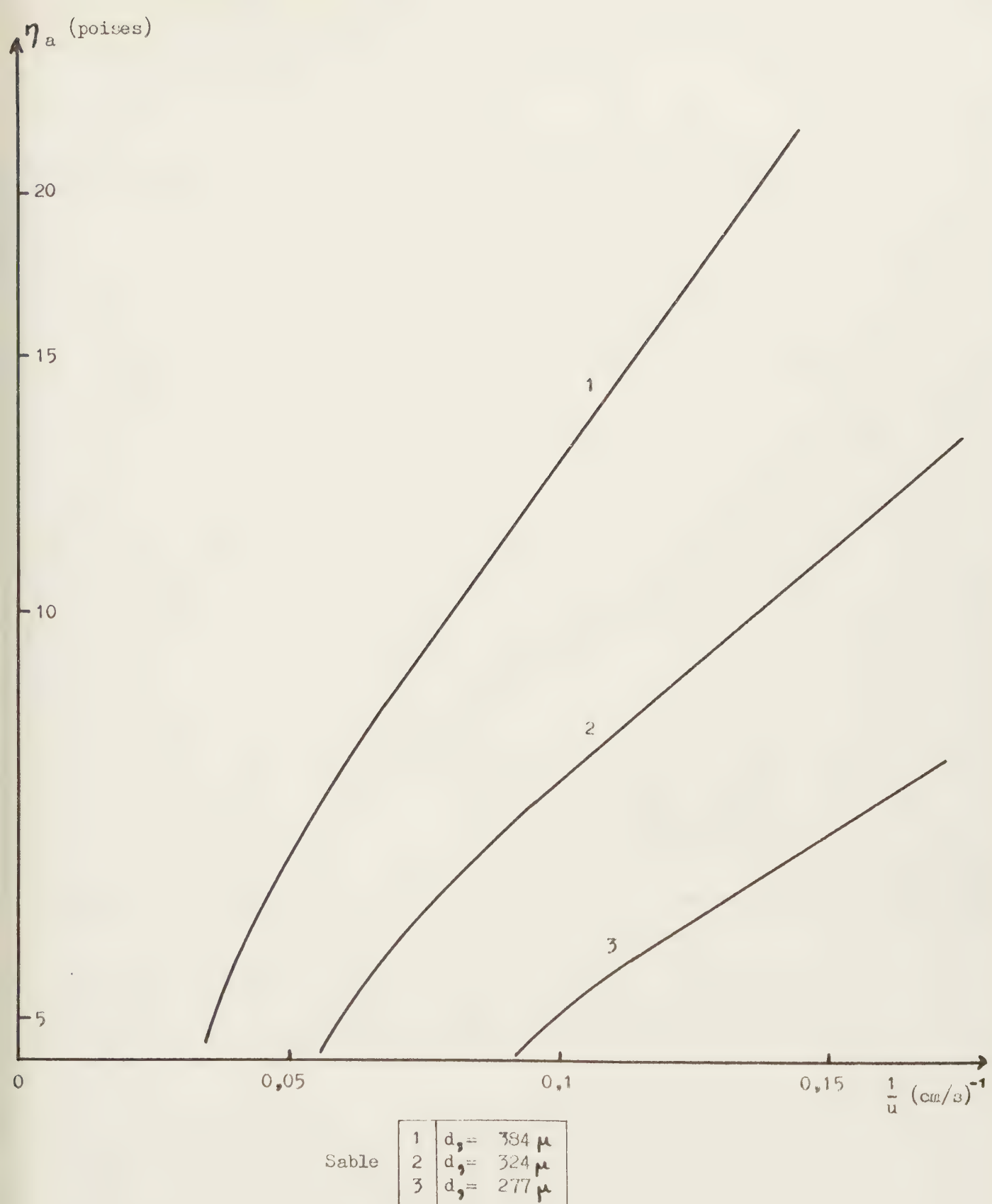


FIGURE -1- Variation de la viscosité apparente du lit fluidisé
avec la vitesse de fluidisation (d'après Furukawa
et Ohmae)

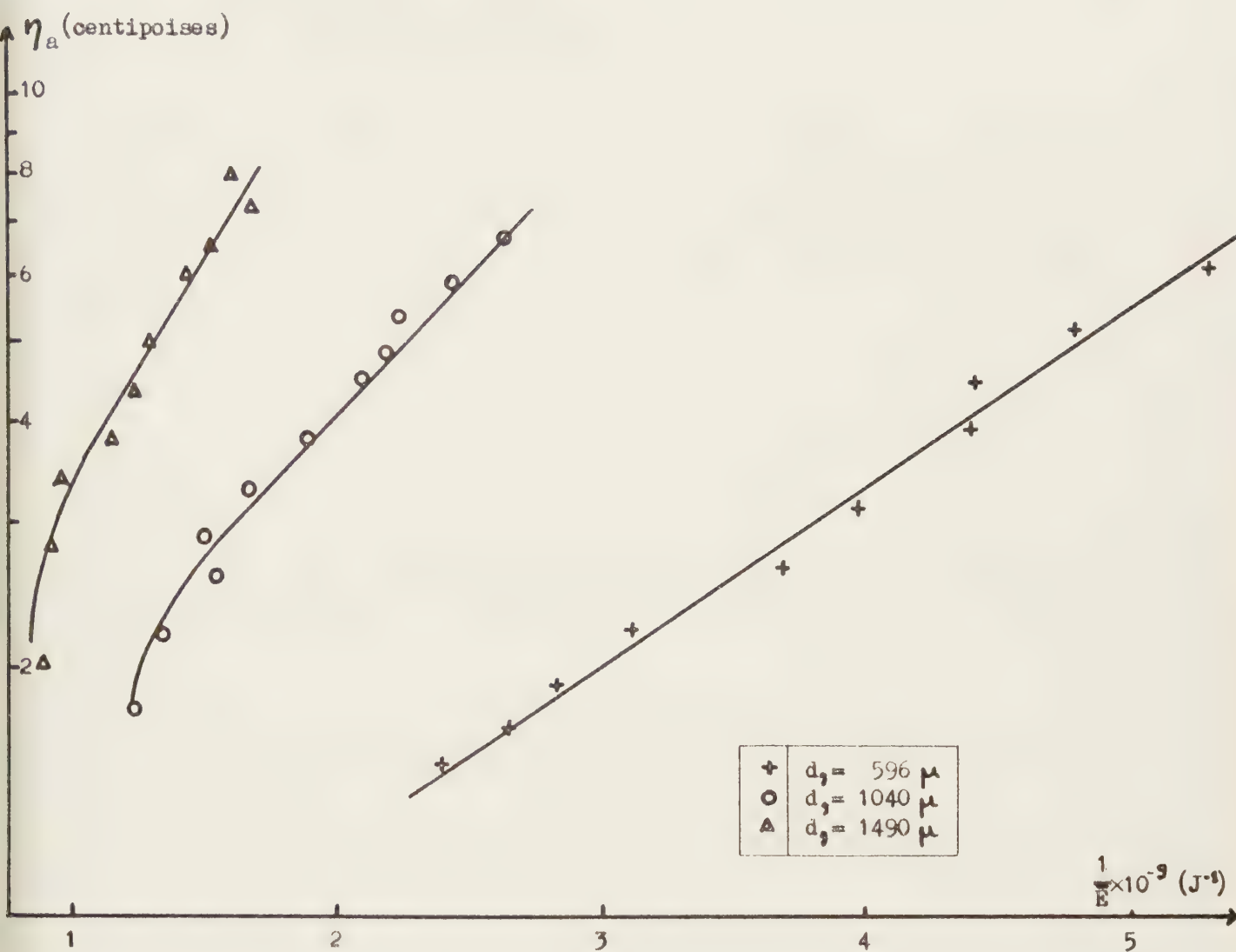


FIGURE -2- Variation de la viscosité apparente du lit fluidisé avec l'énergie cinétique des particules

123 - Peut-on en conclure que l'énergie cinétique d'agitation des grains soit l'équivalent énergétique de la "température" pour un lit fluidisé ?

L'égalité de température pour deux systèmes voisins implique la notion d'équilibre thermique entre ces deux systèmes : c'est-à-dire que si deux systèmes de particules sont fluidisés en même temps par le même fluide dans la même colonne, la "température" de ces deux systèmes doit être la même. Par conséquent, pour que l'équilibre s'établisse dans le cas de deux systèmes de particules de diamètre et de densité différents, le paramètre de la fluidisation équivalent de la température doit uniquement dépendre des propriétés du fluide porteur.

De sorte que la "température" T^* pour un lit fluidisé doit être de la forme

$$T^* = T^* (\rho_f, \eta, u, g) = K_1 \bar{E}$$

Elle ne doit pas dépendre des propriétés du solide.

Or, les résultats que nous avons obtenus dans la première partie de ce travail ont montré que l'énergie cinétique $\bar{E}$ d'agitation des particules fluidisées est une fonction de *tous* les paramètres de la fluidisation.

$$\bar{E} = \bar{E} (\rho_f, \eta, u, g, \rho_s, d_g)$$

Par conséquent, la proportionnalité entre $\bar{E}$ et T ne permet pas d'introduire la notion d'équilibre thermodynamique.

SCHUGERL (SI) a donné la relation suivante :

$$\bar{E} = \Omega' \frac{u_{mf} (u - u_{mf})}{d_g^4}$$

Dans cette relation, on voit aussi que $\bar{E}$ ne dépend pas que des caractéristiques du fluide porteur.

Il semble donc que $\bar{E}$ ne soit pas l'équivalent énergétique de la température pour un lit fluidisé.

Comme le suggère SCHUGERL, ceci tient sans doute à ce que l'énergie cinétique d'agitation désordonnée du globule de fluide associé à chaque particule solide n'est pas négligeable, surtout lorsque le fluide est un liquide. La "température" serait alors équivalente à la somme de l'énergie cinétique d'agitation turbulente des globules fluides et des grains solides.

21 - LES RESULTATS DES DIFFERENTS AUTEURS

JAGANNADHARAJU (J1), JOTTRAND et GRUNCHARD (J2), COEURET et LE GOFF (C1) ont mesuré le coefficient de transfert de matière entre la phase continue et une surface immergée dans un lit fluidisé de particules non conductrices. Tous ces auteurs ont utilisé une méthode électrochimique qui consiste à mesurer un courant d'électrolyse dans les conditions où l'arrivée des ions à une des électrodes est seulement provoquée par un processus de diffusion-convection.

Pour pouvoir interpréter correctement les variations du coefficient de transfert de matière, nous avons jugé bon de refaire des mesures semblables à celles des auteurs ci-dessus, dans les conditions des première et deuxième parties de ce travail, c'est-à-dire avec le même appareillage de fluidisation et les mêmes particules.

Le principe de la méthode, les schémas de montage et de contrôle et les résultats numériques que nous avons obtenus sont entièrement décrits en annexe VII.

La figure 3 montre à titre d'exemple la variation du coefficient de transfert de matière en fonction de la vitesse du fluide u . k a été obtenu en lit fluidisé (pour des billes de diamètre moyen $d_g = 1040 \mu$) et k_0 a été obtenu en fût vide.

La figure 4 donne les variations du coefficient de transfert de matière k en fonction de la porosité ϵ du lit pour les différents lots de billes de verre étudiés.

Nous pouvons faire les constatations suivantes, en accord avec les résultats obtenus par les auteurs ci-dessus :

1) Le coefficient de transfert de matière k subit une augmentation très sensible par rapport à celui obtenu en fût vide k_0 (à même vitesse interstitielle u/ϵ). k/k_0 est en effet de l'ordre de 3 à 5 suivant les valeurs de u .

2) Lorsque l'on passe de la vitesse minimale de fluidisation u_{mf} ($\epsilon = \epsilon_{mf}$) à la vitesse d'entraînement des particules u_L ($\epsilon = 1$), k commence par croître très rapidement, passe par un maximum pour ϵ voisin de 0,5 (0,58 à 0,6 pour COEURET et pour JOTTRAND) et diminue ensuite très lentement. k semble tendre vers la valeur k_0 obtenue en fût vide quand $u = u_L$ ($\epsilon = 1$).

3) A une porosité donnée, la valeur de k est d'autant plus grande que le diamètre des particules fluidisées est plus grand.

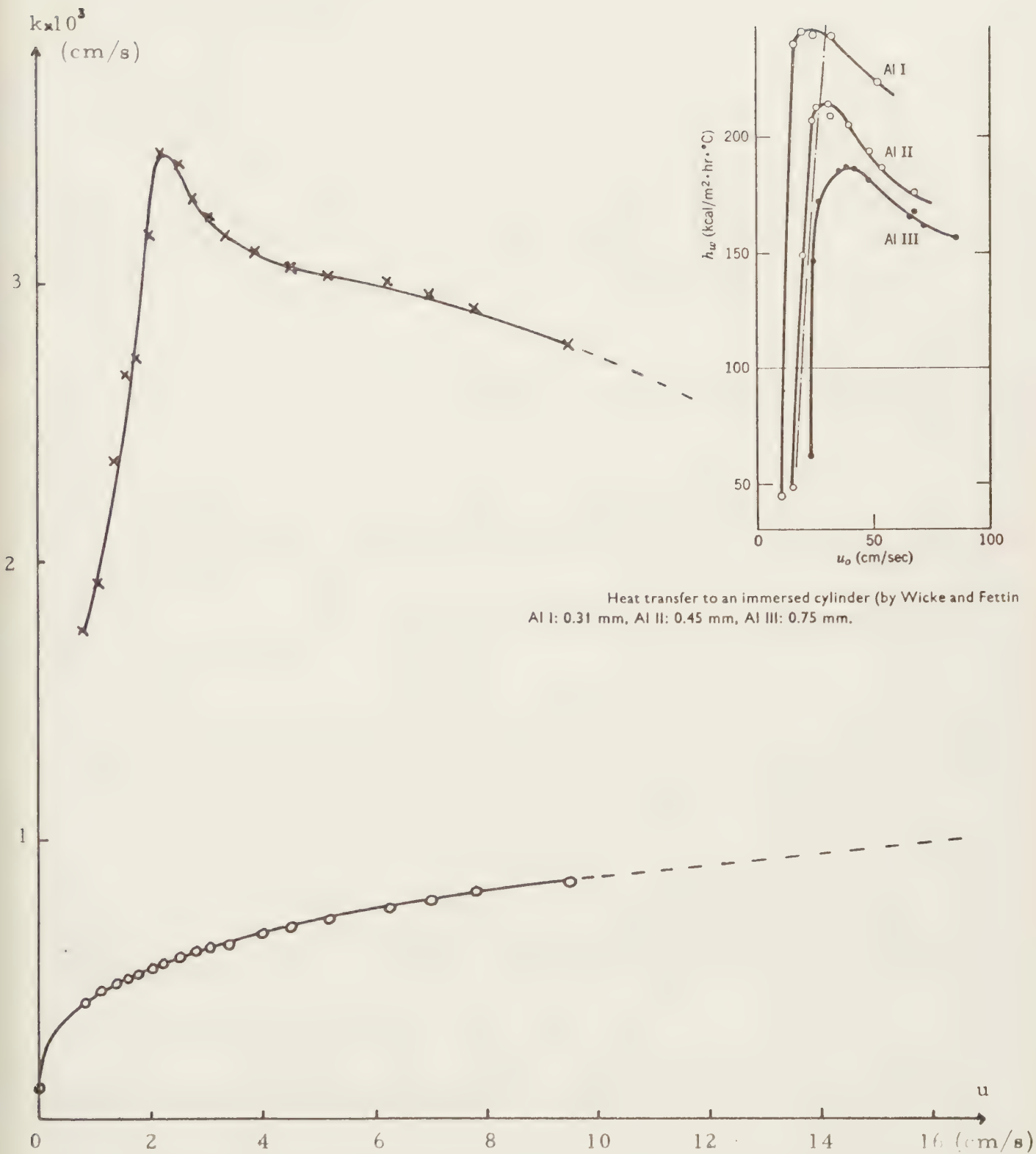


Figure-3- Comparaison des coefficients de transfert de matière en fût vide et en lit fluidisé

- × Lit fluidisé billes 1040 μ
- Fût vide (même u/ϵ)

Dans un livre publié récemment, (K2) KUNII et LEVENSPIEL décrivent d'une manière très claire les différents mécanismes théoriques qui peuvent intervenir dans le transfert de *chaleur* entre un lit fluidisé et une surface immergée dans le lit. C'est pourquoi, après avoir formulé des réserves et des hypothèses, nous allons essayer, dans ce qui va suivre, de transposer ces théories du transfert de chaleur au transfert de matière.

221 - Définitions

Le coefficient de transfert de chaleur entre le lit fluidisé et une surface immergée dans le lit est défini par la relation suivante

$$\phi_c = h \Delta T \quad (1)$$

où ϕ_c est le flux de chaleur par unité de surface et de temps

h le coefficient de transfert de chaleur

ΔT est la différence moyenne de température entre le lit fluidisé et la surface d'échange.

De la même manière, le coefficient de transfert de matière que nous avons mesuré est défini par

$$\phi_M = k \Delta C \quad (2)$$

où ϕ_M est le flux de matière par unité de surface et de temps

k le coefficient de transfert de matière

ΔC la différence moyenne de concentration molaire des ions réagissants entre le sein du lit fluidisé et l'électrode.

222 - Analogies entre h et k

Sur la figure 3, nous avons reporté un résultat type concernant le transfert de chaleur entre le lit fluidisé et un cylindre immergé. Nous constatons la parfaite similitude de variations de h et de k (croissance rapide, maximum, décroissance plus lente).

223 - Différences entre h et k (réserves)

a) Toujours sur la figure 3, on constate que h est d'autant plus grand que le diamètre des particules fluidisées est petit, alors que sur la figure 4, k croît quand d_g croît.

b) Le transfert de chaleur peut être considéré comme la somme de deux contributions, l'une apportée par les grains qui ont leurs chaleur spécifique, et conductivité thermique propres, et l'autre par le fluide qui a aussi une chaleur spécifique et une conductivité thermique propres.

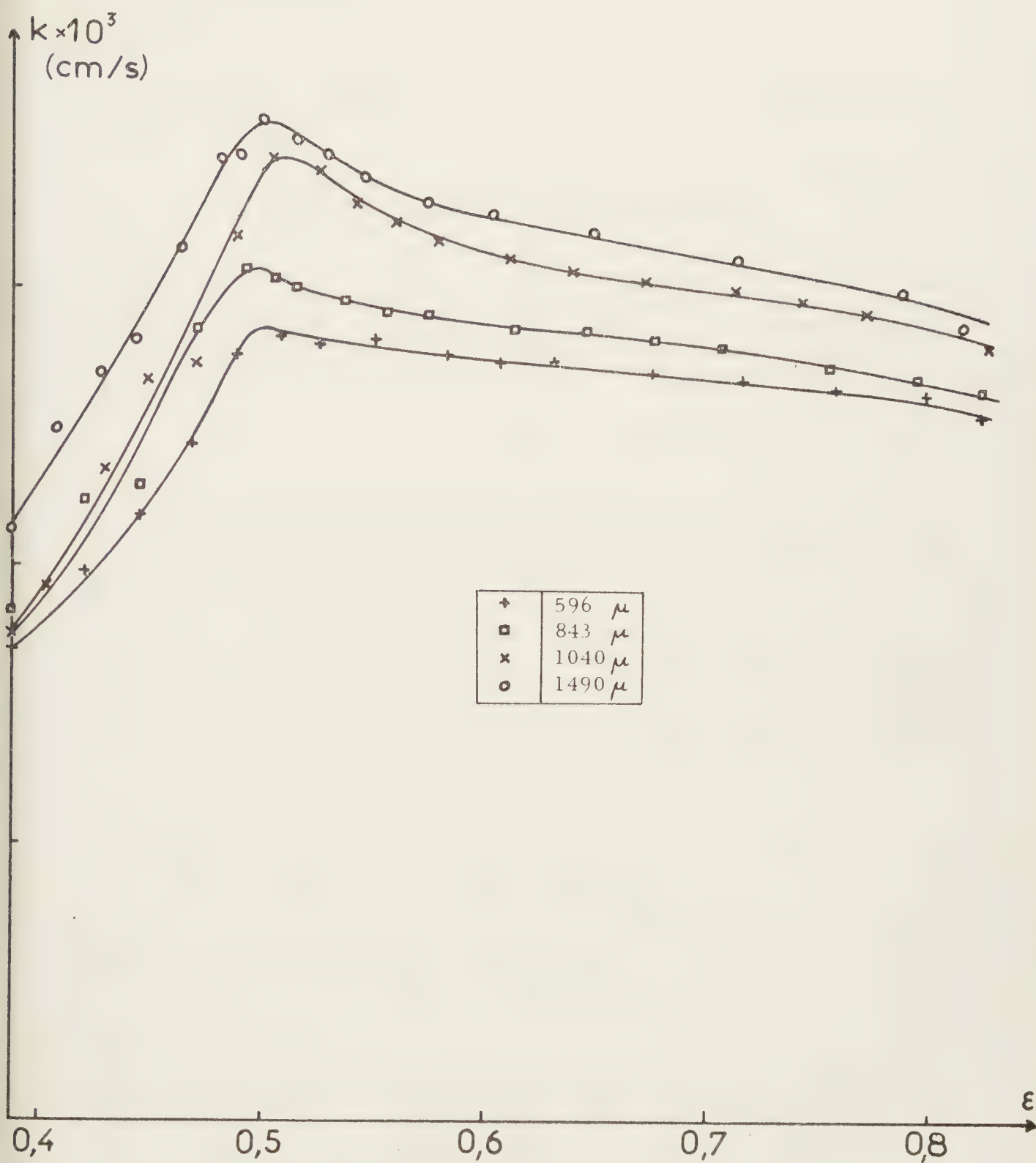


Figure-4- Variations du coefficient de transfert de matière avec la porosité

Par contre, le transfert de matière a lieu entre le fluide porteur seul et l'électrode. *Par conséquent les deux phénomènes de transfert sont différents.*

224 - Hypothèse à faire pour pouvoir transposer les théories du transfert de chaleur au transfert de matière

Dans le transfert de chaleur en lit fluidisé gaz-solide, tous les auteurs s'accordent pour montrer que 85 à 90 % du flux de chaleur transféré du lit fluidisé sur une paroi sont dûs aux particules solides, et c'est ce phénomène qui permet de bâtir les mécanismes théoriques de transfert exposés par KUNII et LEVENSPIEL. Par conséquent, comme nous voulons transposer ces mécanismes au transfert de matière, il nous faut introduire l'hypothèse suivante :

A chaque grain solide est associé un globule de fluide qui se déplace avec lui (fluide stationnaire).

Autrement dit, cette hypothèse revient à associer au mouvement d'une particule le mouvement d'un "globule" de fluide plus ou moins collé à ce grain, ou au mouvement d'un "paquet" de grains le mouvement des "cavernes" de fluide contenues dans ce paquet.

Ceci dit, nous pouvons transposer au transfert de matière les modèles théoriques du transfert de chaleur exposés par KUNII et LEVENSPIEL, en tenant compte des informations expérimentales dont nous disposons à la suite des deux premières parties de ce travail. Nous en déduirons alors quel est le mécanisme théorique qui a le plus de chances d'intervenir dans le transfert de matière du fluide vers une paroi.

23 - LES DIFFERENTS MODELES THEORIQUES

231 - Premier modèle : modèle qualitatif

La résistance au transfert est localisée dans un film de faible épaisseur au voisinage de l'électrode.



Transfert de matière
par diffusion à
travers le film

C'est le modèle de la figure ci-contre.

Ce modèle a été envisagé par DOW et JAKOB (D2) LEVENSPIEL et WALTON (L3) pour le transfert de chaleur. Ces auteurs considéraient que les particules solides du lit fluidisé avaient pour effet de diminuer l'épaisseur du film et d'augmenter ainsi le transfert.

Ce modèle, transposé au transfert de matière,

correspond à la théorie de la couche limite diffusionnelle de LEVICH (L1) dans laquelle le coefficient de transfert de matière k est inversement proportionnel à l'épaisseur δ de cette couche limite :

$$k = \frac{D_L}{\delta}$$

D_L = coefficient de diffusion des ions réagissants.

Dans la première partie de ce travail, nous avons mesuré le nombre dv de particules qui frappent la membrane du capteur avec une énergie comprise entre E_X et $E_X + d E_X$.

Le flux d'énergie par unité de surface et de temps sur la membrane sera donc

$$W = \frac{1}{S \times T} \int E_X dv = \frac{1}{S \times T} N_{ex} \bar{E}_1$$

S étant la surface de la membrane,

T la durée de l'expérience de comptage,

$\bar{E}_1$ le premier moment de la distribution $D(E_X)$ des énergies

N_{ex} le nombre de chocs sur la membrane pendant le comptage.

Sur la figure 5, nous avons porté les variations de W versus ϵ pour trois des lots de billes étudiés, et nous pouvons faire les constatations suivantes :

1) W passe par un maximum pour ϵ voisin de 0,52 et les courbes semblent s'extrapoler à $W = 0$ pour $\epsilon = 1$.

2) La valeur de W est d'autant plus grande que le diamètre des grains est plus gros.

3) Pour ϵ supérieur à ϵ_{max} , les courbes ont leur concavité tournée vers le haut.

En fût vide (cf figure 3), le coefficient de transfert de matière croît avec la vitesse de fluidisation u , c'est-à-dire que δ décroît. On imagine alors assez bien qu'en lit fluidisé, l'épaisseur de la couche limite sera encore diminuée d'autant plus que le flux d'énergie W sera plus grand. On peut traduire ceci en écrivant que δ est de la forme

$$\frac{1}{\delta} = f(u) + g(W)$$

f et g étant deux fonctions monotones.

Alors, ceci permettrait d'expliquer qualitativement la forme des courbes de la figure 4, car on retrouverait la présence d'un maximum voisin de $\epsilon = 0,5$, d'une part, et d'autre part, le fait que $W = 0$ pour

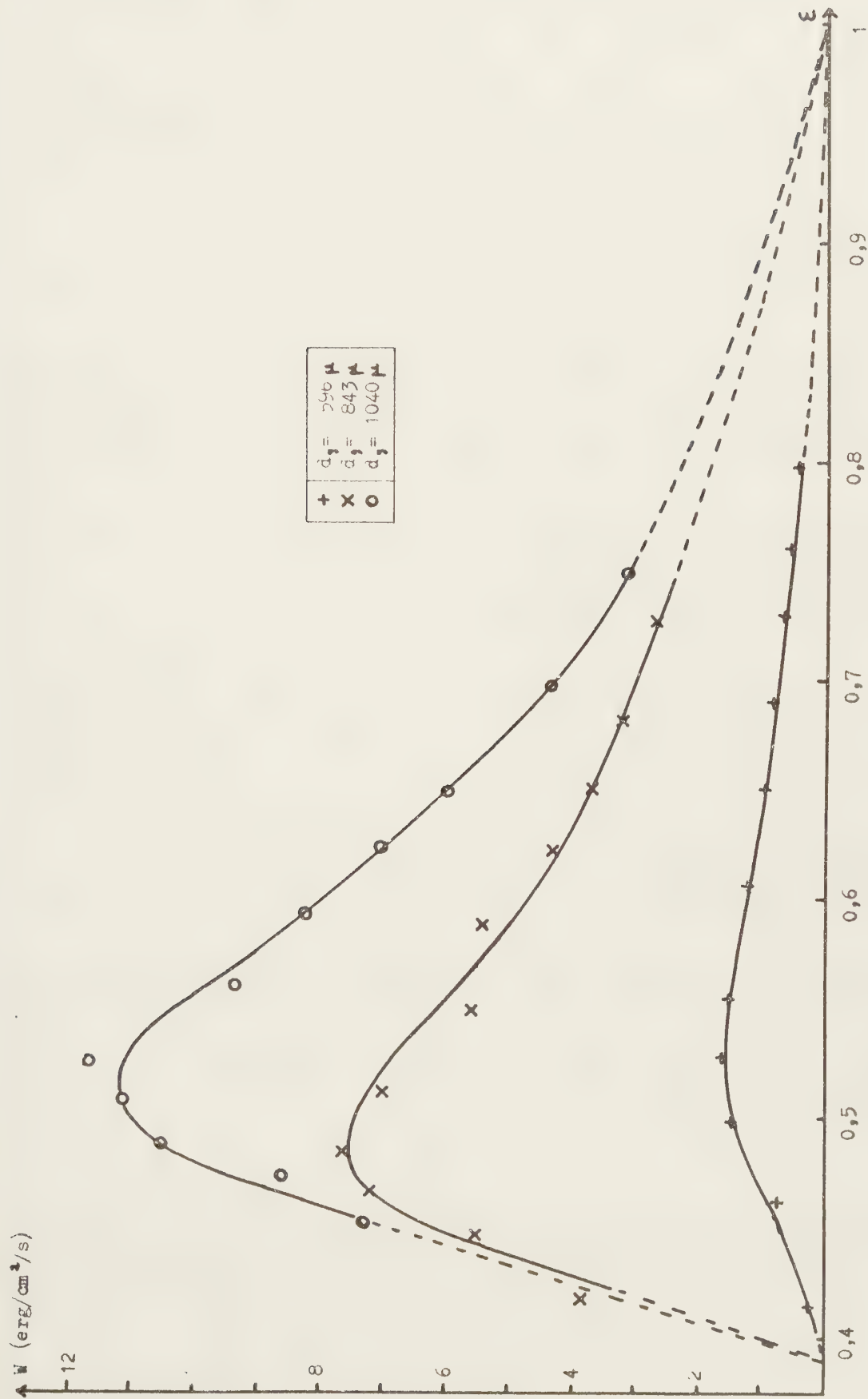


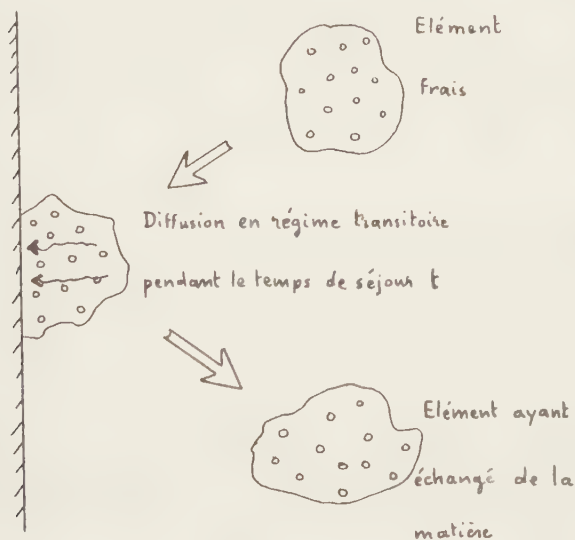
FIGURE 5- Variation du flux d'énergie cinétique sur la membrane avec la porosité

$\varepsilon = 1$ indique bien que l'épaisseur de la couche limite va tendre vers la valeur qu'elle aurait pour $u = u_L$. Et de plus k sera d'autant plus grand que W est plus grand c'est-à-dire que d_g est plus grand.

232 - Deuxième modèle

Le modèle de renouvellement des éléments fluides au voisinage de la surface d'échange.

MICKLEY et FAIRBANKS (M1), ZIEGLER et BRAZELTON (Z1), BASKAKOV (B1) et très récemment YOSHIDA et coll (Y1) ont proposé des modèles de transfert de chaleur par des paquets de grains (packets of emulsion phase as the vehicle for heat transfer). Ils considèrent que ces paquets de grains restent un court instant à la surface d'échange, et sont remplacés ensuite par des éléments frais venant de la phase stationnaire.



Transposés au transfert de matière, ces mécanismes correspondent à la théorie de la pénétration imaginée par HIGBIE (H1) et reprise par DANCKWERTS (D1).

La figure ci-contre schématise le mécanisme de transfert : un élément fluide frais (globule ou caverne) transporté par une particule ou un paquet de particules arrive au noyau stationnaire pour transférer de la matière par diffusion moléculaire en régime *transitoire* durant un certain temps de séjour t au contact de la surface d'échange.

Remarquons que ce modèle est différent du modèle de la couche limite diffusionnelle précédent (cf parag. 231) où le transfert se fait par diffusion moléculaire en régime *stationnaire*.

Le transfert en régime transitoire conduit à une valeur du coefficient de transfert de matière donnée par la relation suivante :

$$k = \alpha \sqrt{\frac{D_L}{\bar{t}}} \quad (1)$$

où D_L est le coefficient de diffusion moléculaire de l'ion réagissant et $\bar{t}$ le temps de séjour moyen des éléments fluides au contact de la surface d'échange.

α est un coefficient dont la valeur dépend du mode de renou-

vement du fluide à la surface :

$\alpha = \frac{2}{\sqrt{\pi}}$ si le renouvellement se fait de façon uniforme, c'est-à-dire si tous les éléments fluides ont des temps de séjour égaux à $\bar{t}$ (c'est le modèle de HIGBIE)

$\alpha = 1$ si le renouvellement se fait au hasard, c'est-à-dire si la distribution $I(t)$ des âges t des éléments fluides au voisinage de la surface est de type exponentiel

$$I(t) = \frac{1}{\bar{t}} e^{(-t/\bar{t})} \quad (\text{c'est le modèle de DANCKWERTS})$$

En transfert de chaleur, pour déterminer $\bar{t}$, MICKLEY et FAIRBANKS ont mesuré les valeurs moyennes et instantanées du coefficient de transfert de chaleur h , et ils en déduisaient la fréquence de l'apparition d'un élément frais au voisinage de la surface, et par suite ils pouvaient calculer $\bar{t}$. Quant à ZIEGLER et BRAZELTON (Z1) comme BOTTERILL et coll. (B3), ils ont fait une hypothèse sur la forme de $I(t)$ et la valeur de $\bar{t}$, et sur la forme des éléments (packets) arrivant à la surface, ceci toujours en transfert de chaleur.

Donc pour interpréter nos résultats en transfert de matière, il nous faut :

1) d'une part faire des hypothèses sur la forme ou la nature des éléments fluides frais qui arrivent au contact de la surface

2) d'autre part déterminer un temps de séjour moyen $\bar{t}$ de ces éléments au voisinage de la surface.

Si nous nous rappelons que nous avons mesuré dans la première partie de ce travail un nombre de chocs N_{ex} par unité de surface et de temps et des vitesses moyennes de particules, nous voyons que nous pouvons définir un temps de séjour moyen $\bar{t}$ de deux manières différentes

A) $\bar{t}$ est défini comme l'inverse d'un produit $N_{ex} \cdot \sigma$ où σ est une surface spécifique qui reste à définir

B) $\bar{t}$ est défini comme le quotient d'une longueur spécifique à déterminer par une vitesse moyenne que nous avons mesurée.

Ceci nous a amené à imaginer les mécanismes suivants :

2321 - Mécanisme I

On peut considérer que les éléments fluides arrivant au contact de l'électrode sont enfermés dans des "cages" telles que celles qui ont été définies dans la première partie de ce travail (cf paragraphe 3 page I - 45). Chaque "cage" vient s'écraser sur l'électrode et occupe alors une surface spécifique σ dont la valeur est celle de la surface d'un

cercle ayant pour diamètre celui de la cage, soit d_c . La durée moyenne $\bar{t}$ d'existence de ce "globule" fluide au voisinage de l'électrode sera alors le temps qui sépare en moyenne deux chocs successifs sur cette surface σ . N_{ex} étant le nombre de chocs par unité de surface et de temps (cf paragraphe 24 page I - 43), nous pouvons écrire :

$$\bar{t} = \frac{1}{N_{ex} \sigma} \quad \text{d'où } k = \sqrt{D_L N_{ex} \sigma}$$

$$\text{Avec } \sigma = \frac{\pi}{4} d_c^2 = \frac{\pi}{4} \left[2 d_g \sqrt[3]{\frac{0,60}{1-\epsilon}} \right]^2$$

Il vient alors :

$$k = 2 d_g \left[\frac{\pi}{4} D_L N_{ex} \right]^{1/2} \left[\frac{0,60}{1-\epsilon} \right]^{1/3} \quad (2)$$

Cette relation est extrêmement intéressante, *car elle ne comporte aucune constante arbitraire**. Nous pouvons donc calculer la valeur absolue du coefficient de transfert de matière k à partir des données obtenues dans la première partie sur la mécanique du lit fluidisé, en prenant pour valeur de D_L celle qu'a utilisé COEURET (C1) ($D_L = 7,95 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{s}$).

Sur la figure 6, nous avons reporté en coordonnées semi-logarithmiques en fonction de ϵ les valeurs de k expérimentales et les valeurs de k données par la relation (2), ceci pour les trois plus gros diamètres de billes de verre étudiés.

Nous pouvons faire les constatations suivantes :

a) $k_{théorique}$ passe par un maximum dont l'abscisse ϵ_{max} est très sensiblement le même que pour $k_{expérimental}$ ($\epsilon = 0,5$)

b) $k_{théorique}$ est d'autant plus grand que d_g est plus grand, comme pour $k_{expérimental}$.

c) Les valeurs de $k_{théoriques}$, bien que 3 à 10 fois plus grandes que celles de $k_{expérimental}$, restent cependant du même ordre de grandeur. BOTTERIL (B3) ayant lui aussi observé que les valeurs théoriques du coefficient de transfert de chaleur étaient de 3 à 10 fois plus grandes que les valeurs expérimentales, nous pouvons considérer que ce mécanisme I constitue une assez bonne approche de l'expérience surtout en ce qui concerne les variations de k avec la porosité et le diamètre des particules.

* Voir en Annexe VIII les remarques faites à propos de ce calcul.

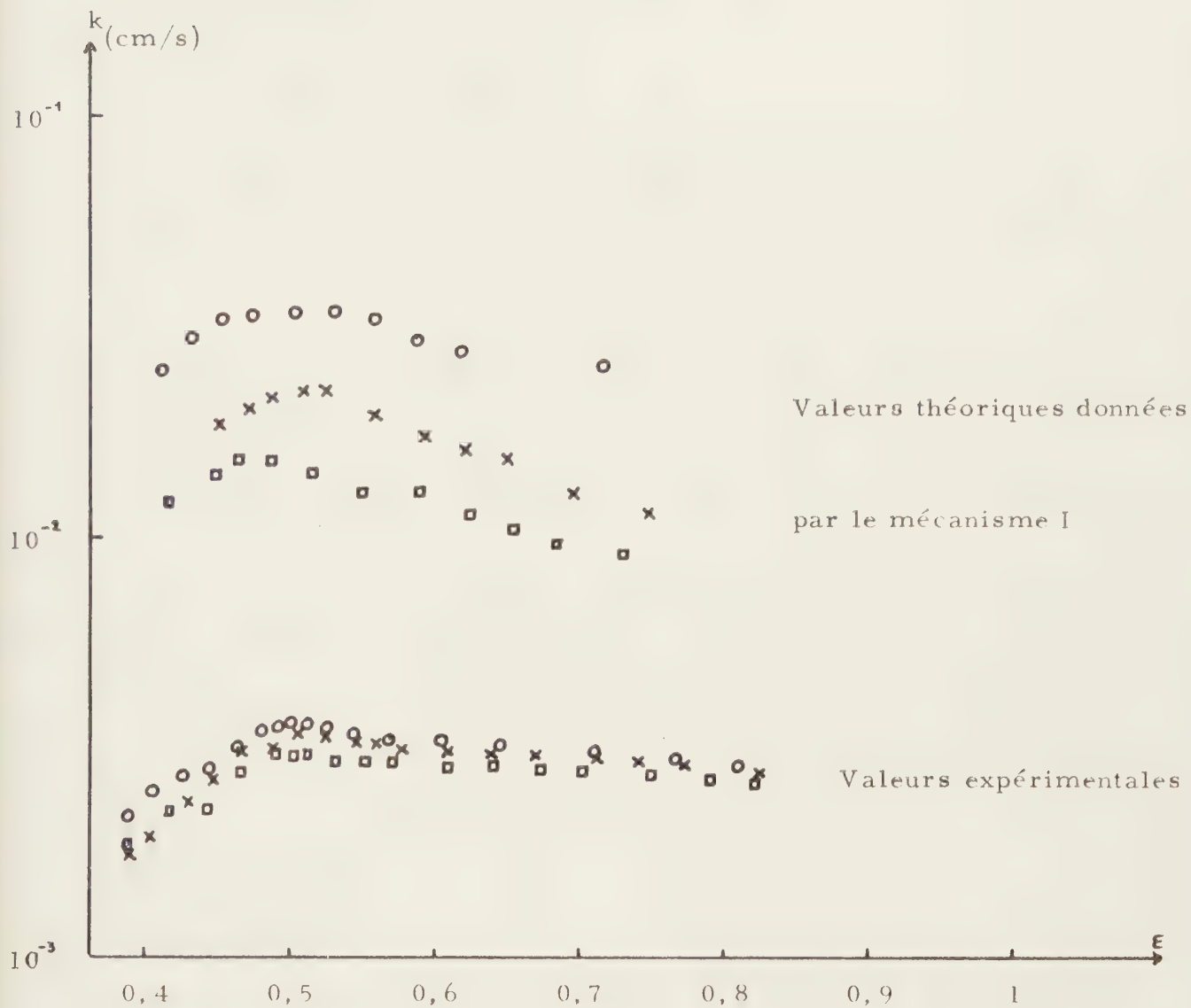
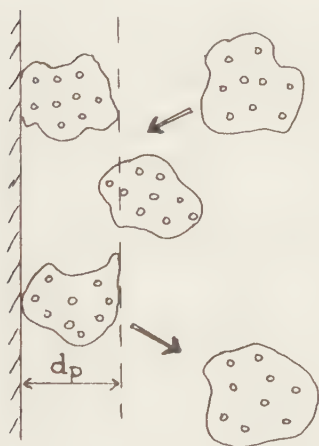


Figure-6- Comparaison du mécanisme I à l'expérience

○	1490 μ
×	1040 μ
□	843 μ

Dans la deuxième partie de ce travail, nous avons établi un modèle du lit fluidisé dans lequel les particules ne se déplacent pas individuellement, mais par groupe ou "paquets" (cf paragraphe 34 page II - 25) de volumes sensiblement égaux pour un diamètre de particule donné.

Imaginons alors que ces paquets de diamètre d_p , contenant des "cavernes" de fluide stationnaire, viennent heurter l'électrode et s'y désagrègent, c'est-à-dire que les grains repartent avec des vitesses incohérentes en module et en direction. On peut alors admettre que le temps de séjour moyen du fluide frais au contact de l'électrode sera le temps qui sépare l'arrivée de deux paquets successifs dans une même zone de la surface d'échange. L'épaisseur de la zone renouvelée en fluide frais aurait alors la valeur d_p (cf figure ci-contre).



Pour calculer ce temps de séjour moyen $\bar{t}$, il nous faut supposer que les paquets ont une vitesse barycentrique moyenne de l'ordre de grandeur de la vitesse moyenne d'une particule soit $\sqrt{v_x^2}$ (mesurée dans la première partie de ce travail), et d'autre part, il faut introduire un "libre parcours moyen de paquet" λ_p , qui sera la distance moyenne d'où viennent les paquets arrivant à l'électrode. Nous pourrions alors écrire

$$\bar{t} = \frac{\lambda_p}{\sqrt{v_x^2}} \quad \text{d'où } k = \left[\frac{D_L \sqrt{v_x^2}}{\lambda_p} \right]^{1/2} \quad (3)$$

En généralisant alors aux paquets la notion de libre parcours moyen introduite dans la première partie de ce travail, nous pouvons écrire

$$\lambda_p = (d_c)_p - 2 d_p$$

⏟ diamètre de cage de "paquets"

La valeur de d_p est obtenue en se reportant aux résultats de la IIème partie de ce travail (tableau de la page II - 28), et on obtient

$d_g (\mu)$	$d_p (\mu)$
596	2920
843	3050
1040	3150
1490	3425

Ce qui nous conduit à

$$\lambda_p = 2 d_p \left[\sqrt[3]{\frac{1-\epsilon_{mf}}{1-\epsilon}} - 1 \right] \quad (4) \text{ avec } 1-\epsilon_{mf} = 0,60$$

Et en reportant dans (3), nous obtenons

$$k = \left[\frac{D_L \sqrt{\frac{2}{v_x}}}{2 d_p \left[\sqrt[3]{\frac{0,60}{1-\epsilon}} - 1 \right]} \right]^{1/2} \quad (5)^*$$

Sur la figure 7, où nous avons porté en coordonnées semi-logarithmiques les valeurs théoriques de k données par la formule (5) et les valeurs expérimentales que nous avons obtenues, on peut faire les constatations suivantes :

1) Les variations de $k_{\text{théorique}}$ avec la porosité sont monotones décroissantes

2) $k_{\text{théorique}}$ est d'autant plus grand que d_g est plus petit, pour une porosité donnée, mais la variation de $k_{\text{théorique}}$ avec le diamètre est relativement plus faible qu'avec le mécanisme I précédent.

3) Pour ϵ supérieur à 0,5, les valeurs de $k_{\text{théorique}}$ sont du même ordre de grandeur que celles données par le mécanisme I.

233 - Conclusion

Donc, le mécanisme I semble plus séduisant que le mécanisme II ci-dessus, car on y retrouvait la présence d'un maximum, et une augmentation de k avec le diamètre des particules fluidisées. Mais, dans les deux cas, les valeurs théoriques de k sont de 3 à 10 fois plus grandes que les valeurs expérimentales. Comme ces valeurs théoriques sont inversement proportionnelles à la racine carrée du temps de séjour moyen $\bar{t}$, cela signifie que le temps de séjour moyen tel que nous l'avons défini est de 10 à 100 fois trop petit.

A notre avis, ceci provient du fait que l'hypothèse fondamentale que nous avons faite en associant le mouvement d'un globule fluide à celui d'une particule ou le mouvement d'une caverne de fluide à celui d'un paquet de grains est une hypothèse un peu trop simpliste. Nous pensons en effet que le fluide reste en moyenne plus longtemps au voisinage de l'électrode que ne le reste une particule ou un groupe de particules.

* Voir en Annexe VIII les remarques faites à propos de ce calcul.

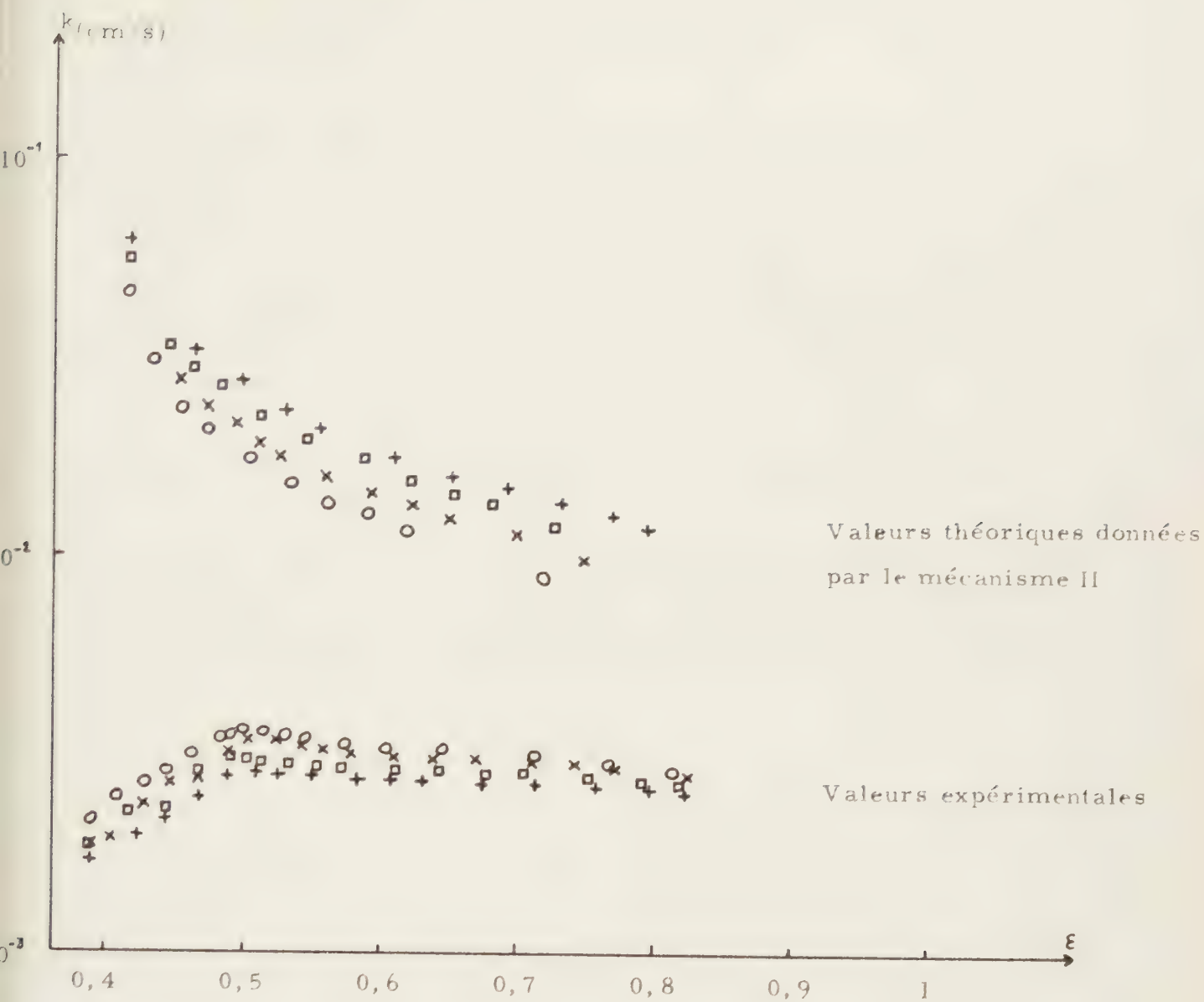


Figure-7-Comparaison du mécanisme II à l'expérience

+	596 μ
□	843 μ
x	1040 μ
○	1490 μ

La difficulté d'établir un modèle théorique de transfert de matière entre le fluide et une paroi, analogue aux modèles théoriques du transfert de chaleur provient du fait que le transfert de matière se fait *par le fluide* alors que le transfert de chaleur se fait en majeure partie *par les particules solides*. Enfin il faut remarquer qu'en transfert de chaleur, les auteurs ont jusqu'à présent calculé le temps de séjour moyen $\bar{t}$ d'une particule ou d'un groupe de particules à partir des résultats expérimentaux du coefficient de transfert de chaleur, et ils en déduisent alors quel est le mécanisme théorique qui peut intervenir. Aucun ne disposait comme nous d'informations indépendantes sur le mouvement des grains.

En transfert de matière, pour déterminer $\bar{t}$, il faudrait étudier de manière précise la fréquence de renouvellement des éléments fluides au voisinage de l'électrode.

Comme l'ont fait MICKLEY et coll. (M1) en transfert de chaleur, nous pensons qu'une mesure instantanée de k (enregistrement rapide de k en fonction du temps) permettrait d'atteindre $\bar{t}$. En effet les grandes valeurs de k obtenues pendant un instant τ pourraient être attribuées à l'arrivée soudaine d'un élément de fluide frais au voisinage de l'électrode.

BIBLIOGRAPHIE DE LA III^{ème} PARTIE

- (B1) A.P. BASKAKOV - Intern. Chem. Engng. 4 n°2, 320-323 1964
- (B2) O. BORLAI, L. HODANY, T. BLICKLE - in Drinkenburg A.A.H. (éd) Proceedings of the International Symposium on Fluidization 1967 p. 433 (Amsterdam : Netherlands University Press)
- (B3) J.S.M. BOTTERILL and J.R. WILLIAMS - Inst. Chem. Engrs. 41, 217, 1963
- (C1) F. COEURET, P. LE GOFF and F. VERGNES - in Drinkenburg A.A.H. (éd) Proceedings of the International Symposium on Fluidization 1967 p. 537 (Amsterdam : Netherlands University Press)
- (C2) C.R. CARLOS and J.F. RICHARDSON - Chem. Eng. Sc. 23 813-824 1968
- (D1) P.V. DANCKWERTS - Ind. Eng. Chem. 43 1460 1951
- (D2) W.M. DOW and M. JAKOB - Chem. Eng. Progr. 47 637 1951
- (F1) FURUKAWA and T. OHMAE - Ind. Eng. Chem. 50 n°5 821-828 1950
- (G1) J.D. GABOR - A.I.Ch.E. Journal. 10 n°3 345 1964
- (H1) R. HIGBIE - Trans A.I.Ch.E. 31 365-389 1935
- (H2) D. HANDLEY, A. DORAISAMY, K.L. BUTCHER, N.L. FRANKLIN - Trans. Instn. Chem. Engrs. 44 T260-T273 1966
- (H3) G. HOUGHTON - Ind and Eng. Chem. Fundamentals 5 153 1966
- (J1) G.J.V. JAGANNADHARAJU and C. VANKATA RAO - Indian Journal of Technology 3 201 1965
- (J2) R. JOTTRAND and F. GRUNCHARD - in Rottenburg P.A. (éd) "The interaction between fluid and particles" 1962 p. 211 (London : the Institution of Chemical Engineers)
- (K1) S.C. KENNEDY and R.H. BRETTON - A.I.Ch.E. Journal 12 n°1 24 1966
- (K2) D. KUNII and O. LEVENSPIEL - Fluidization Engineering - John Wiley and Sons 1969
- (L1) V.G. LEVICH - Physico-chemical Hydrodynamics - Prentice Hall Inc London 1962
- (L2) P. LE GOFF - Cours de Génie Chimique - Université de Nancy
- (L3) O. LEVENSPIEL and J.S. WALTON - Chem. Eng. Progr. Symp. Series 50 (9) 1 1954
- (M1) H.S. MICKLEY and D.F. FAIRBANKS - A.I.Ch.E. Journal 1 n°3 375 1955
- (M2) E.A. MOELWYN-HUGHES - Physical Chemistry (Pergamon Press) p. 713-729 1965

- (R1) P.N. ROWE and B.A. PARTRIDGE - The interaction between fluid and particles (London : Instn. Chem. Engrs.) p. 135 1962
- (R2) P.N. ROWE, B.A. PARTRIDGE, A.G. CHENEY, G.A. HENWOOD and E. LYALL - Trans. Instn. Chem. Engrs. 43 271 1965
- (S1) K. SCHUGERL, M. MERZ, F. FETTING - Chem. Eng. Sc. 15 1 1961
- (S2) J.A. SAXTON and T. VERMEULEN - Statistical thermodynamics of particulate fluidization - University of California Berkeley A.E.C. contract n° W 7405 eng 48 1966
- (Y1) K. YOSHIDA, D. KUNII and O. LEVENSPIEL - Int. Journal of Heat and Mass Transfer vol. 12 p. 529-536 1969
- (Z1) E.N. ZIEGLER and W.T. BRAZELTON - I et C Fundamentals 3 n°2 p. 94-98 1964

CONCLUSION GENERALE

-:-:-:-:-

Le brillant essor de la fluidisation dans les domaines les plus variés de la technologie industrielle mais particulièrement en génie chimique est essentiellement dû aux bonnes propriétés de transfert du lit fluidisé. La cause première de toutes ces propriétés réside évidemment dans l'agitation des grains. La mesure de leur vitesse est donc la détermination qui pourra apporter le maximum de renseignements fondamentaux sur le mécanisme même de la fluidisation.

Les méthodes antérieures, qu'elles soient du type photographique ou basées sur l'utilisation de traceurs radioactifs, présentaient deux graves limitations : elles ne donnaient pratiquement accès qu'à la vitesse d'une seule particule marquée dans un lit fluidisé souvent de type particulier (bidimensionnel ou composé de très gros grains), le dépouillement extrêmement fastidieux des expériences n'en autorisait qu'un nombre limité. L'association d'un capteur piézoélectrique et d'un système de classement d'amplitudes nous a permis de nous affranchir de ces deux contraintes, en revanche un tel système ne peut nous fournir, sans trop perturber le lit, que la composante radiale de la vitesse des grains.

Nous avons par ailleurs, amélioré les techniques de mesure et étendu le champ d'investigation dans deux domaines abordés par notre prédécesseur M. COEURET : l'étude des fluctuations de concentration et celle du transfert de matière entre le liquide et un obstacle immergé dans le lit.

L'ensemble de ces résultats a permis d'élaborer deux modèles basés sur la théorie de la pénétration qui rendent compte semi quantitativement de la variation du coefficient de transfert de matière en fonction de la porosité du lit et en particulier de l'existence et de l'emplacement du maximum sur la courbe correspondante.

De nombreux points restent cependant à éclaircir comme le comportement des grains de densité élevée, des améliorations sont à apporter au capteur en particulier pour lui donner une sensibilité uniforme, enfin et surtout l'intérêt pratique de notre méthode n'apparaîtra pleinement qu'après son application aux lits fluidisés par gaz.

Les travaux déjà entrepris par nos successeurs au laboratoire prouvent dès maintenant que la méthode décrite dans ce travail se révèle susceptible de généralisation.

ANNEXE I

-:-:-:

APPAREILLAGE DE FLUIDISATION

La figure suivante donne le schéma général de l'appareillage de fluidisation, qui est celui qu'a utilisé COEURET.

Il comporte les éléments essentiels suivants :

- Le tube de fluidisation est un élément en verre "SOVIREL" de 10 cm de diamètre intérieur, et de 50 cm de longueur. Cet élément est brisé entre deux parties en P.V.C.

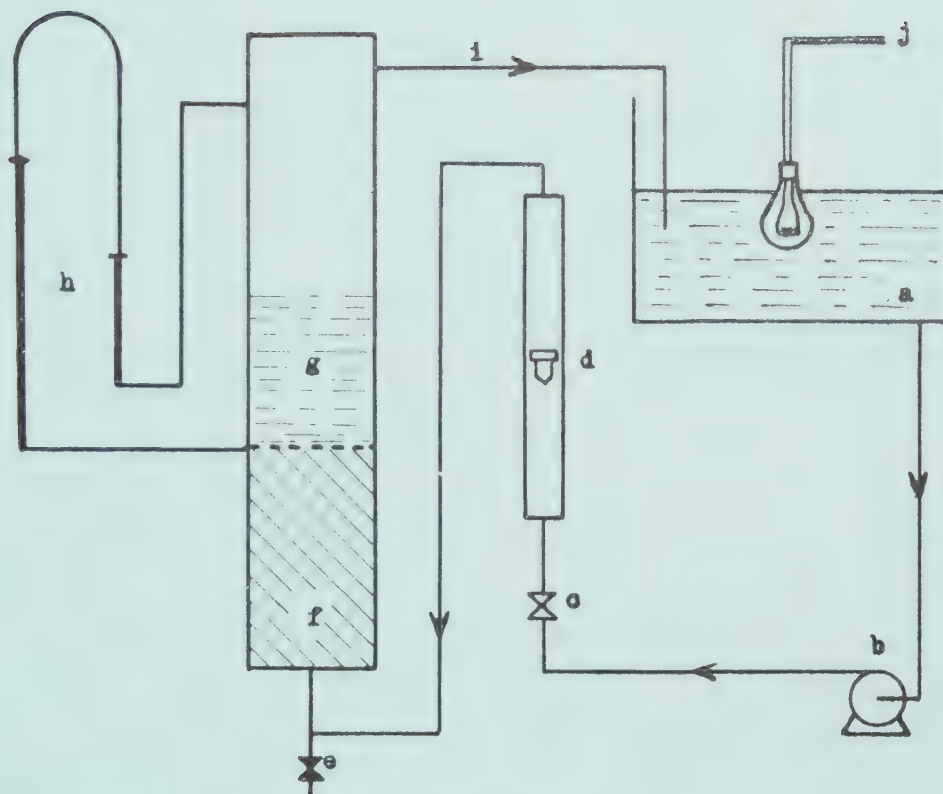
- La base de la colonne de 30 cm de hauteur contient un empilement de billes de diamètres décroissants et joue le rôle de "section calmante".

- La grille qui supporte le lit fluidisé est une toile de "nylon" à maille assez serrée.

- Le bac à niveau constant est en P.V.C. et contient un système de chauffage et de régulation de température à $\pm 0,5^{\circ}$ C commandé par un thermomètre à contact "VERTEX".

- La pompe centrifuge "GUINARD type DIC 922" est en P.V.C. et PENTON.

- Toutes les tuyauteries sont en P.V.C. de sorte qu'aucune partie métallique n'est en contact avec le fluide porteur.



- a : Bac d'alimentation à niveau constant
- b : Pompe
- c : Réglage du débit
- d : Rotamètre
- e : Vidange
- f : Section calmante
- g : Lit fluidisé
- h : Manomètre de perte de charge
- i : Evacuation
- j : Chauffage et régulation en température

SCHEMA GENERAL DE L'APPAREILLAGE DE FLUIDISATION

Etalonnage des porosités en fonction des vitesses de fluidisation
pour les différents systèmes étudiés

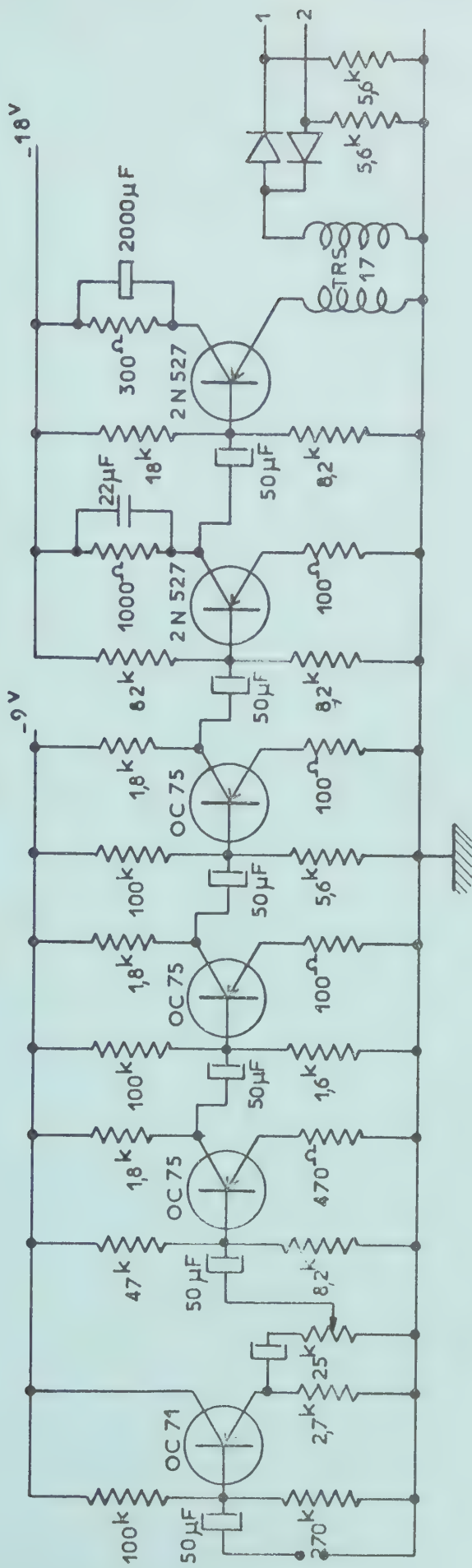
Viscosité du fluide = 1,00 cp

Nature	Verre	Verre	Verre	Verre	Verre	Carbone	Bronze
Diamètre moyen $\pm$ écart type (microns)	596 $\pm$ 38	800 $\pm$ 40	843 $\pm$ 29	1040 $\pm$ 34	1490 $\pm$ 55	1040 $\pm$ 18	550 $\pm$ 28
Masse volumique (g/cm ³)	2,71	2,65	2,69	2,78	2,49	1,88	8,60
Vitesse minimale de fluidisation u_{mf} (cm/s)	0,54	0,86	0,99	1,08	1,65	0,60	1,30
Vitesse de chute li- bre u_L (cm/s)	8,80	12,1	12,9	17,1	22,7	10,35	23,3
Coefficient r dans la relation $\frac{u}{u_L} = \epsilon^r$	3,001	2,811	2,73	2,96	2,88	4,23	2,97
Vitesse de fluidisa- tion u (cm/s)	ϵ	ϵ	ϵ	ϵ	ϵ	ϵ	ϵ
0,00	0,390	0,390	0,390	0,390	0,390	0,495	0,390
0,60	0,416	,					
0,84	0,462					0,553	
1,08	0,498	0,434	0,417			0,581	
1,32	0,529	0,462	0,447	0,430		0,612	
1,55	0,554	0,479	0,463	0,452		0,630	
1,80	0,580	0,508	0,485	0,472	0,414	0,660	0,430
2,04	0,608	0,530	0,512	0,487	0,432	0,677	0,457
2,30	0,635	0,551	0,532	0,510	0,454	0,700	0,472
2,54	0,650	0,571	0,549	0,524	0,471	0,713	0,481
3,07	0,691	0,608	0,588	0,559	0,502	0,752	0,510
3,62	0,731	0,641	0,623	0,592	0,531	0,787	0,530
4,18	0,767	0,672	0,653	0,622	0,560	0,819	0,550
4,75	0,799	0,703	0,682	0,650	0,587		0,562
5,70	0,850	0,743	0,727	0,698	0,618		0,590
6,50		0,782	0,766	0,722	0,660		0,610
7,30		0,813	0,795	0,748	0,692		
8,12		0,848		0,782	0,717		

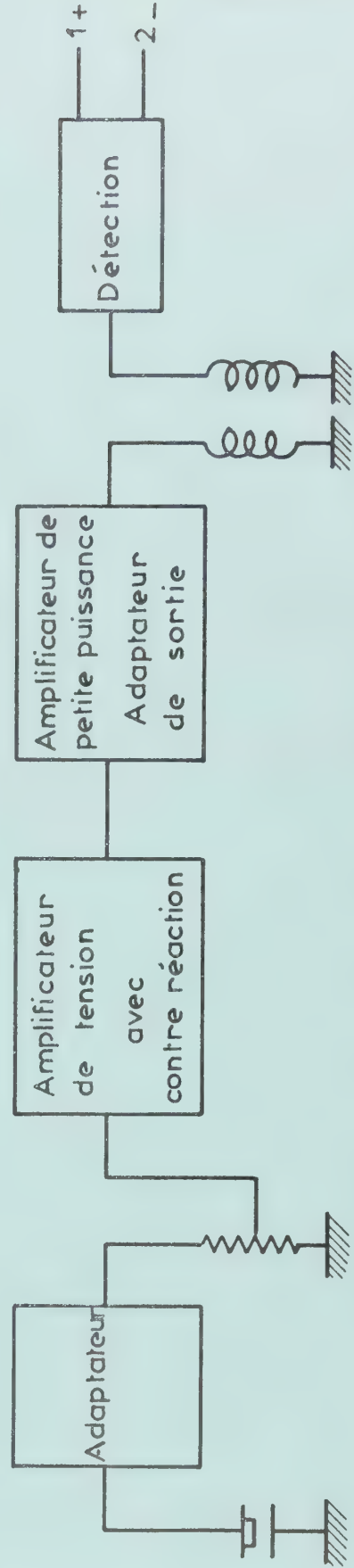
Etalonnage des porosités en fonction des vitesses de fluidisation pour le lot
de billes de verre de 1040 μ de diamètre moyen, avec deux viscosités différentes

$\eta = 2,60 \text{ (cp)}$ $u_{mf} = 0,40 \text{ cm/s}$ $u_L = 11,4 \text{ cm/s}$ $\frac{u}{u_L} = \epsilon^{3,26}$		$\eta = 5,75 \text{ (cp)}$ $u_{mf} = 0,23 \text{ cm/s}$ $u_L = 8,08 \text{ cm/s}$ $\frac{u}{u_L} = \epsilon^{3,62}$	
u (cm/s)	ϵ	u (cm/s)	ϵ
0,00	0,390	0,00	0,390
0,44	0,414	0,40	0,461
0,56	0,432	0,60	0,502
0,81	0,466	0,80	0,535
1,05	0,492	1,02	0,564
1,30	0,515	1,48	0,612
1,80	0,556	1,95	0,659
2,29	0,595	2,44	0,702
2,78	0,630	2,96	0,741
3,32	0,664	3,53	0,776
3,94	0,695	4,16	0,811
4,61	0,725	4,96	0,846
5,30	0,753		
7,00	0,812		

SCHEMA de L'AMPLIFICATEUR DETECTEUR

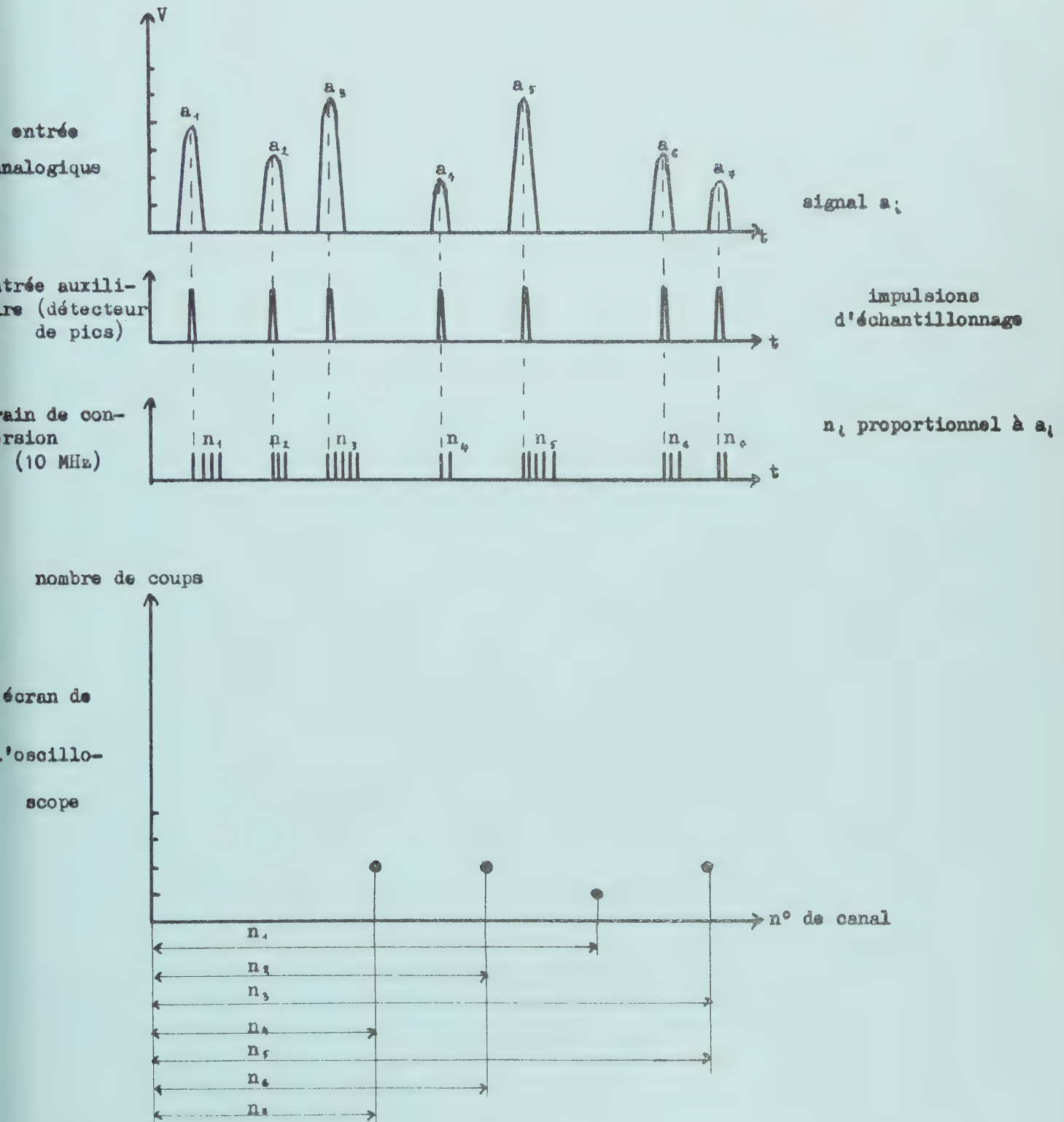


ANNEXE II



ANNEXE II (suite)

Principe de la détection de pics et de la conversion analogique-numérique




```

// FOR
*IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
    DIMENSION F(400)
    COMMON N,F
    READ(2,4)G
    READ(2,1)N
    4 FORMAT(E15.8)
    1 FORMAT(I3)
    READ(2,2)((F(I),I=1,N)
    2 FORMAT(10F6.0)
    T=0.
    DO 1015 I=1,N
1015 T=T+F(I)
    WRITE(3,4)T
    DO 3 I=1,N
    IN=N-I+1
    DEB=(IN-1)/10.
    FIN=IN/10.
    IDEB=DEB
    IFIN=FIN
    IF(IFIN-DEB)10,10,11
    10 F(IDEB+1)=F(IDEB+1)-F(IN)
    GO TO 5
    11 F2=F(IN)/(FIN-DEB)
    F(IDEB+1)=F(IDEB+1)-F2*(IDEB+1-DEB)
    F(IFIN+1)=F(IFIN+1)-F2*(FIN-IFIN)
    IK=IFIN-DEB-1
    IF(IK)5,5,17
    17 DO 18 L=1,IK
    KLL=IDEB+L+1
    18 F(KLL)=F(KLL)-F2
    5 DEB1=(IN-1)/3.5
    FIN1=IN/3.5
    IDEB1=DEB1
    IFIN1=FIN1
    IF(IFIN1-DEB1)12,12,13
    12 F(IDEB1+1)=F(IDEB1+1)-F(IN)
    GO TO 3
    13 F3=F(IN)/(FIN1-DEB1)
    F(IDEB1+1)=F(IDEB1+1)-F3*(IDEB1+1-DEB1)
    F(IFIN1+1)=F(IFIN1+1)-F3*(FIN1-IFIN1)
    IK=IFIN1-DEB1-1
    IF(IK)3,3,15
    15 DO 16 L=1,IK
    KLL=IDEB1+L+1
    16 F(KLL)=F(KLL)-F3
    3 CONTINUE
    C=0.
    D=0.
    E=0.
    EF=0.
    FG=0.
    M1=30.*G+0.5

```



```

M2=50.*G+0.5
M3=M2-M1+1
X3=M3
DO 1010 I=M1,M2
C=C+I/X3
D=D+ALOG(F(I))/X3
E=E+I*ALOG(F(I))/X3
EF=EF+I*I/X3
1010 FG=FG+ALOG(F(I))*2/X3
R=EF-C*C
T=E-C*D
A=T/R
B=(C*E-EF*D)/(-R)
M4=30./G+0.5
DO 1011 I=1,M4
1011 F(I)=EXP(A*I+B)
S=0.
DO 1012 I=1,N
1012 S=S+F(I)
U=0.
DO 1013 I=1,N
1013 U=U+I*F(I)
EM=U/S
WRITE(3,1014)S,EM
1014 FORMAT(1H,'NOMBRE TOTAL='E15.8,3X,'ENERGIE MOYENNE='E15.8//)
DO 100 I=5,N,20
I1=I+5
I2=I1+5
I3=I2+5
100 WRITE(3,101)I,F(I),I1,F(I1),I2,F(I2),I3,F(I3)
101 FORMAT(1H,4('X=',I4,2X,'F=',F10.3,2X))
CALL LINK(EBB3)
END

```



```
// FOR
*IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
  DIMENSION H(1001),REP(50),F(400)
  COMMON N,F,H
  REP(1)=1.
  REP(2)=1.05
  REP(3)=1.08
  REP(4)=1.125
  REP(5)=1.200
  REP(6)=1.250
  REP(7)=1.350
  REP(8)=1.470
  REP(9)=1.650
  REP(10)=1.900
  REP(11)=2.160
  REP(12)=2.450
  REP(13)=2.720
  REP(14)=3.000
  REP(15)=3.250
  REP(16)=3.525
  REP(17)=3.800
  REP(18)=4.070
  REP(19)=4.300
  REP(20)=4.480
  REP(21)=4.650
  REP(22)=4.800
  REP(23)=4.920
  REP(24)=5.050
  REP(25)=5.160
  REP(26)=5.280
  REP(27)=5.400
  REP(28)=5.510
  REP(29)=5.625
  REP(30)=5.750
  REP(31)=5.850
  REP(32)=5.960
  REP(33)=6.080
  REP(34)=6.200
  REP(35)=6.300
  REP(36)=6.430
  REP(37)=6.560
  REP(38)=6.700
```



```

REP(39)=6.850
REP(40)=7.000
REP(41)=7.170
REP(42)=7.360
REP(43)=7.560
REP(44)=7.780
REP(45)=8.050
REP(46)=8.330
REP(47)=8.650
REP(48)=9.040
REP(49)=9.510
REP(50)=10.25
DO 10 K=1,1001
10 H(K)=0.
DO 3 I=1,N
IN=N-I+1
DO 4 J=1,50
DEN=50.
DEB=REP(J)*(IN-1)
FIN=REP(J)*IN
F1=F(IN)/DEN/(FIN-DEB)
IDEB=DEB
IFIN=FIN
IF (IDEB-1000)30,30,31
30 H(IDEB+1)=H(IDEB+1)+F1*(IDEB+1-DEB)
IF (IFIN-1000)32,32,31
32 H(IFIN+1)=H(IFIN+1)+F1*(FIN-IFIN)
31 IK=IFIN-IDEB-1
IF (IK)4,4,11
11 DO 19 L=1,IK
KL=IDEB+L+1
IF (KL-1001)18,18,19
18 H(KL)=H(KL)+F1
19 CONTINUE
4 CONTINUE
3 CONTINUE
S=0.
DO 20 I=1,1001
20 S=S+H(I)
WRITE(3,21)S
21 FORMAT(1H , 'NOMBRE TOTAL DE CHOCS='E15.8//)
U=0.
DO 22 I=1,1000
22 U=U+I*H(I)
EM=U/S
WRITE(3,23)EM
23 FORMAT(1H , 'ENERGIE MOYENNE='E15.8//)
T=0.
DO 24 I=1,1000
24 T=T+I**2*H(I)
EM2=T/S
WRITE(3,25)EM2
25 FORMAT(1H , 'DEUXIEME MOMENT='E15.8//)

WRITE(3,90)H(1)
90 FORMAT(1H , 'X= 1 H=',F10.3)
DO 80 I=5,1000,20
I1=I+5
I2=I1+5
I3=I2+5
80 WRITE(3,91)I,H(I),I1,H(I1),I2,H(I2),I3,H(I3)
91 FORMAT(1H ,4('X=',I4,2X,'H=',F10.3,2X))
CALL LINK(EBB4)
END

```



```

// FOR
*IOCS(CARD,1132PRINTER,DISK)
*LIST SOURCE PROGRAM
*ONE WORD INTEGERS
    DIMENSION Z(1001),F(400),H(1001)
    COMMON N,F,H
    CC=0.
    DD=0.
    EE=0.
    FF=0.
    GG=0.
    DO 1014 I=1,401,5
    CC=CC+I/81.
    DD=DD+ALOG(H(I))/81.
    EE=EE+I*ALOG(H(I))/81.
    AI=I
    FF=FF+AI*AI/81.
1014 GG=GG+ALOG(H(I))**2/81.
    RR=FF-CC*CC
    TT=EE-CC*DD
    AA=TT/RR
    BB=(CC*FF-FF*DD)/(-RR)
    WRITE(3,1016)AA,BB
1016 FORMAT(1H ,2E15.8)
    EM=-1./2./AA
    ALAM=EXP(BB)
    WRITE(3,1015)ALAM,EM
1015 FORMAT(1H , 'DNU='E15.8,'*EXP(-1/2*E/',E15.8')'//)
    Z1=ALAM*EXP(-1./2./EM)
    WRITE(3,1002)Z1
1002 FORMAT(1H , 'X=   1   H=',F10.3)
    DO 1000 I=5,500,5
    X=I
1000 Z(I)=ALAM*EXP(-1./2.*X/EM)
    DO 1010 I=5,500,20
    I1=I+5
    I2=I1+5
    I3=I2+5
1010 WRITE(3,1011)I,Z(I),I1,Z(I1),I2,Z(I2),I3,Z(I3)
1011 FORMAT(1H ,4('X=',I4,2X,'H=',F10.3,2X))
    CALL LINK(EBB2)
    END

```


ANNEXE III

—:—:—:—:—

ETABLISSEMENT DE L'EQUATION DE CONVOLUTION RELIANT LA DISTRIBUTION

DES REPONSES A LA DISTRIBUTION DES ENERGIES

D'après les étalonnages faits au chapitre I de la Ière partie, nous pouvons dire que nous disposons d'une membrane de rayon $R = 4,5$ mm sur laquelle arrivent des particules d'énergie E_x . Cette membrane donne une réponse impulsionnelle d'amplitude V donnée par

$$V = A E_x f(\rho)$$

$f(\rho)$ est une fonction monotone de ρ pour une particule d'énergie E frappant la membrane à une distance ρ du centre (voir figure III-1).

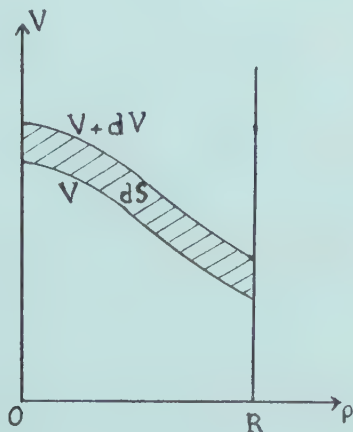
Les particules possèdent une distribution d'énergie notée $D(E_x)$. $D(E_x) dE_x$ est le nombre de particules dont l'énergie est comprise entre E_x et $E_x + dE_x$. (On supposera que $D(E_x)$ est normé) :

$$\int_0^{\infty} D(E_x) dE_x = 1$$

Après une expérience, on obtient le spectre d'amplitude des impulsions, $N(V)$. $N(V) dV$ est le nombre d'impulsions d'amplitude comprise entre V et $V + dV$. (On supposera que $N(V)$ est normé) :

$$\int_0^{\infty} N(V) dV = 1$$

Le problème est de relier $N(V)$ et $D(E_x)$ à l'aide de la relation $V = A E_x f(\rho)$, en admettant que la densité de chocs sur la membrane est uniforme.



De l'équation $V = A E_x f(\rho)$, on tire

$$E_x = \frac{V}{A f(\rho)}$$

Considérons alors sur le graphique ci-contre les deux courbes d'équation

$$E_x = \frac{V}{A f(\rho)} \quad \text{et} \quad E_x = \frac{V + dV}{A f(\rho)}$$

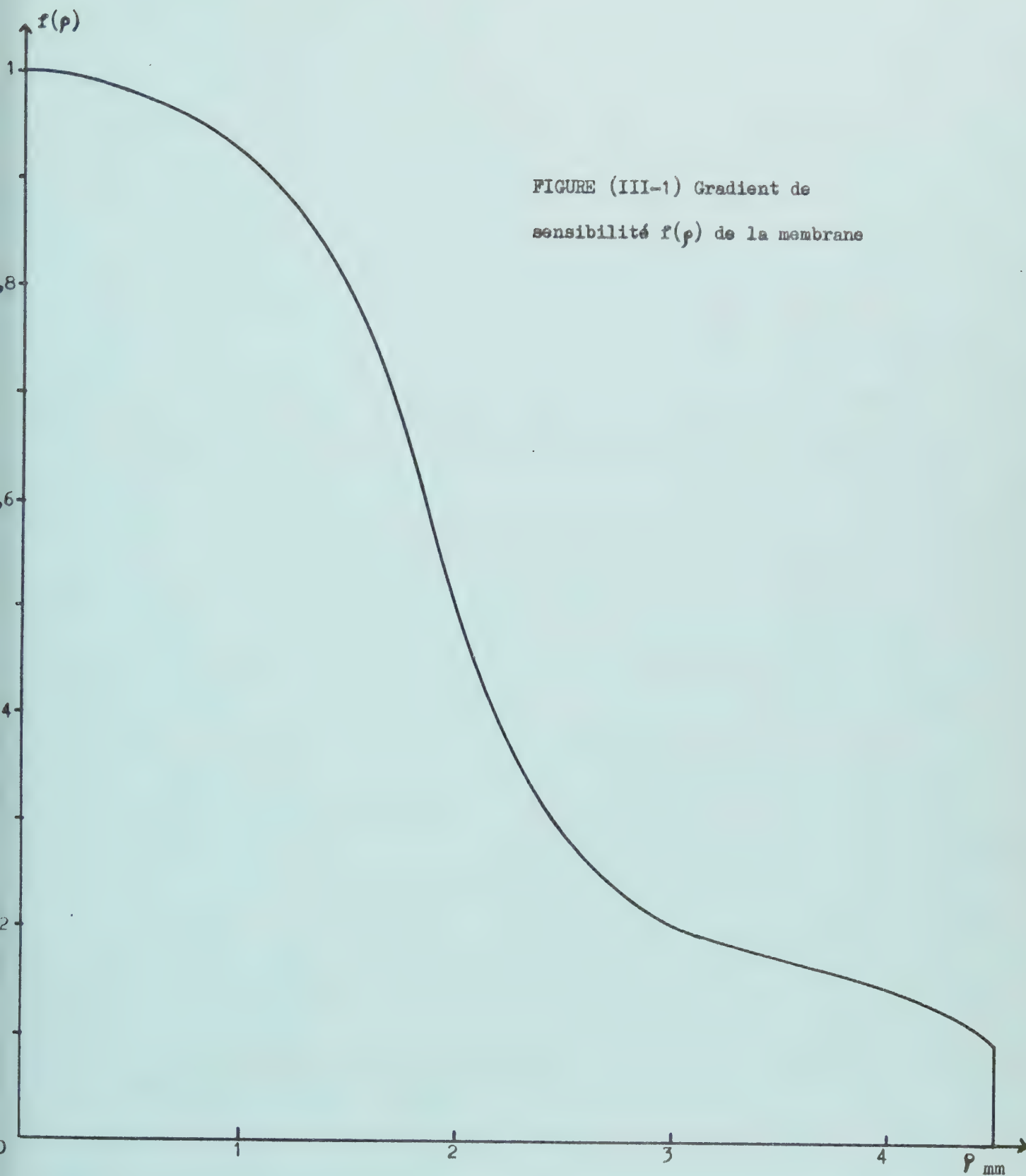


FIGURE (III-1) Gradient de
sensibilité $f(p)$ de la membrane

La densité de chocs étant uniforme sur la membrane, il y a

$\frac{2\pi \rho d\rho}{\pi R^2}$ particules qui frappent la couronne comprise entre le cercle de rayon ρ et le cercle de rayon $\rho + d\rho$. Parmi ces particules, il y en a $D(E_x) dE_x$ qui ont une énergie comprise entre E_x et $E_x + dE_x$.

Il y a donc

$$(1) \frac{2\rho d\rho}{R^2} D(E_x) dE_x \text{ particules entre } \begin{cases} \rho \text{ et } \rho + d\rho \\ E_x \text{ et } E_x + dE_x \end{cases} \text{ qui donnent une réponse d'amplitude comprise entre } V \text{ et } V + dV$$

Le nombre total de particules $dN_{V \text{ et } V+dV}$ qui donnent une réponse d'amplitude comprise entre V et $V + dV$ est donc la somme, étendue à la surface dS comprise entre les deux courbes ci-dessus, de la quantité (1), soit

$$dN_{V \text{ et } V+dV} = \int_{dS} \frac{2\rho d\rho}{R^2} D(E_x) dE_x$$

que l'on peut écrire, en intégrant par rapport à E_x puis par rapport à ρ

$$dN_{V \text{ et } V+dV} = \int_0^R \int_{\frac{V}{A f(\rho)}}^{\frac{V+dV}{A f(\rho)}} D(E_x) dE_x \frac{2\rho d\rho}{R^2}$$

en appliquant la formule de la moyenne à la deuxième intégrale, on obtient

$$dN_{V \text{ et } V+dV} = \int_0^R \frac{2\rho d\rho}{R^2} D\left[\frac{V}{A f(\rho)}\right] \frac{dV}{A f(\rho)}$$

Or
$$dN_{V \text{ et } V+dV} = N(V) dV$$

On en tire

$$N(V) = \int_0^R \frac{2\rho d\rho}{R^2} \frac{1}{A f(\rho)} D\left[\frac{V}{A f(\rho)}\right] \quad (2)$$

L'égalité (2) permet de trouver une relation entre les moments de la distribution de V et ceux de la distribution de E_x .

En effet, les moments d'ordre i sont par définition

$$(3) \quad \bar{V}_i = \int_0^\infty V^i N(V) dV \quad \text{et} \quad \bar{E}_i = \int_0^\infty E_x^i D(E_x) dE_x \quad (4)$$

En reportant (2) dans (3) on obtient

$$\bar{V}_i = \int_0^\infty V^i \int_0^R \frac{2\rho d\rho}{R^2} \frac{1}{A f(\rho)} D\left[\frac{V}{A f(\rho)}\right] dV$$

Soit

$$\bar{V}_i = \int_0^R \frac{2\rho d\rho}{R^2 A f(\rho)} \int_0^\infty V^i D\left[\frac{V}{A f(\rho)}\right] dV$$

$$\text{Or } V^i = A^i E_x^i f^i(\rho) \quad \text{et} \quad dV = A f(\rho) dE_x \text{ à } \rho \text{ constant}$$

d'où l'on tire

$$\bar{V}_i = \int_0^R \frac{2\rho d\rho}{R^2 A f(\rho)} \int_0^\infty A^i f^i(\rho) E_x^i D(E_x) A f(\rho) dE_x$$

Soit

$$\bar{V}_i = \int_0^R \frac{2\rho d\rho}{R^2} A^i f^i(\rho) \int_0^\infty E_x^i D(E_x) dE_x$$

Soit en fin

$$\boxed{\bar{V}_i = \bar{E}_i \int_0^R \frac{2\rho d\rho}{R^2} A^i f^i(\rho) = \bar{E}_i J_i}$$

$$\text{Avec } J_i = \int_0^R \frac{2\rho}{R^2} A^i f^i(\rho) d\rho$$

On a donc une relation très simple entre les moments de la distribution des V et les moments de la distribution des E_x .

ANNEXE IV

-:-:-

DISTRIBUTION DES VITESSES DES PARTICULES - NOMBRE DE CHOCS

SUR LA MEMBRANE DU CAPTEUR

1 - DISTRIBUTION DES VITESSES DES PARTICULES

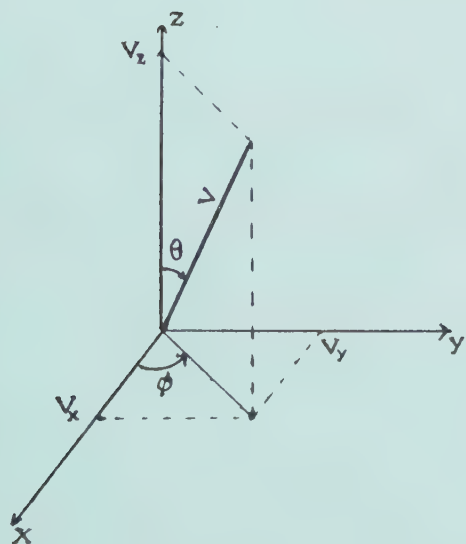
Soient $F(v_x)$, $G(v_y)$ et $H(v_z)$ les densités de probabilité des trois composantes. Par hypothèse, nous avons

$$F(v_x) = \frac{1}{\alpha\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{v_x^2}{\alpha^2}\right) \quad \text{Avec } \overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \frac{1}{2} \alpha^2$$

$$G(v_y) = \frac{1}{\alpha\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{v_y^2}{\alpha^2}\right)$$

$$H(v_z) = \frac{1}{\beta\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{v_z^2}{\beta^2}\right) \quad \text{et } \overline{v_z^2} = \frac{1}{2} \beta^2$$

$$\text{d'où } K = \sqrt{\frac{\overline{v_z^2}}{\overline{v_y^2}}} = \frac{\beta}{\alpha}$$



Nous allons déterminer la probabilité $g(v, \theta) dv d\theta$ d'avoir une vitesse comprise entre v et $v + dv$ dans une direction comprise entre θ et $\theta + d\theta$.

Si l'on postule l'indépendance des composantes, la probabilité de (v_x, v_y, v_z) est

$$F(v_x) G(v_y) H(v_z) dv_x dv_y dv_z$$

Avec $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ le passage en coordonnées cylindriques donne

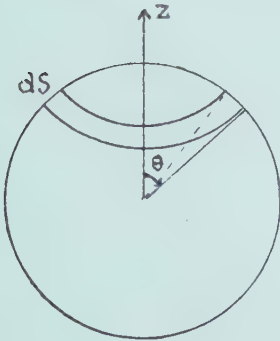
$$dv_x dv_y dv_z = v^2 \sin\theta d\theta d\phi dv$$

et la probabilité de (v_x, v_y, v_z) devient

$$f_1(v, \theta, \phi) dv d\theta d\phi = \frac{1}{\alpha^2 \beta \pi^{3/2}} \exp \left[- \frac{v_x^2 + v_y^2}{\alpha^2} - \frac{v_z^2}{\beta^2} \right] v^2 \sin\theta d\theta d\phi dv$$

En intégrant sur ϕ de 0 à 2π , on obtient finalement

$$g(v, \theta) dv d\theta = \frac{2}{\alpha^2 \beta \pi^{1/2}} \exp \left[- v^2 \left(\frac{\sin^2\theta}{\alpha^2} + \frac{\cos^2\theta}{\beta^2} \right) \right] v^2 \sin\theta d\theta dv$$



Pour avoir la densité de probabilité de v , considérons un élément $d\sigma$ de volume caractérisé par un angle θ donné

$$d\sigma = \frac{dS}{4\pi} = \frac{1}{2} \sin\theta d\theta$$

On a alors

$$g(v, \theta) dv d\sigma = \frac{4}{\alpha^2 \beta \pi^{1/2}} v^2 \exp \left[- v^2 \left(\frac{\sin^2\theta}{\alpha^2} + \frac{\cos^2\theta}{\beta^2} \right) \right] dv d\sigma$$

Donc dans un élément $d\sigma$ constant, le nombre de particules de vitesse v est proportionnel à la quantité

$$v^2 \exp \left[- v^2 \left(\frac{\sin^2\theta}{\alpha^2} + \frac{\cos^2\theta}{\beta^2} \right) \right]$$

2 - NOMBRE DE CHOCS SUR LE MICROPHONE

Nous voulons maintenant déterminer le nombre dv de particules qui frappent la membrane avec une énergie comprise entre E_x et $E_x + dE_x$, la membrane étant placée parallèlement à l'axe O_z du lit fluidisé.

Par définition, nous avons

$$E_x = \frac{1}{2} m v_x^2$$

$$E_y = \frac{1}{2} m v_y^2$$

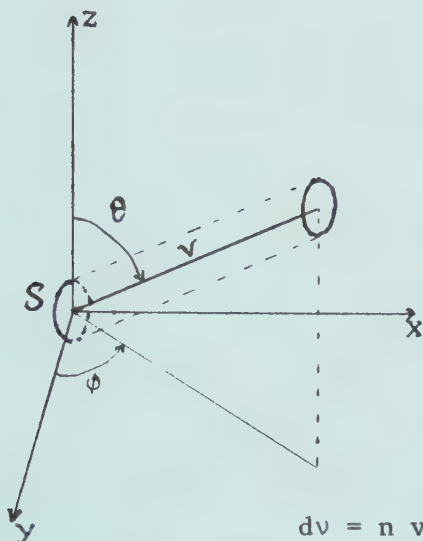
$$E_z = \frac{1}{2} m v_z^2$$

$$\bar{E}_x = \bar{E}_y = \frac{1}{2} m \overline{v_x^2}$$

$$\bar{E}_z = \frac{1}{2} m \overline{v_z^2}$$

$\bar{E}$, énergie cinétique moyenne d'une particule, est alors donnée par

$$\bar{E} = \frac{1}{2} m \overline{v_x^2} + \overline{v_y^2} + \overline{v_z^2} = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$$



Pour le calcul, nous supposons que la membrane du microphone est dans le plan (y,z).

Considérons alors le cylindre de génératrice parallèle à v et dont la section S par le plan (y,z) est une surface unité.

Le volume de ce cylindre est $v \sin\theta \sin\phi$. Si n est le nombre de particules par unité de volume, le nombre de particules qui vont venir frapper S dans l'unité de temps en provenant de la direction (θ, ϕ) avec une vitesse comprise entre v et $v + dv$, est alors

$$dv = n v \sin\theta \sin\phi f_1(v, \theta, \phi) dv d\theta d\phi$$

Nous avons donc

$$dv = \frac{n}{\alpha^2 \beta \pi^{3/2}} v^3 \exp\left[-v^2 \left(\frac{\sin^2\theta}{\alpha^2} + \frac{\cos^2\theta}{\beta^2}\right)\right] \sin^2\theta d\theta \sin\phi d\phi dv$$

La réponse de la membrane du microphone au choc d'une particule est proportionnelle à

$$E_x = \frac{1}{2} m v_x^2 = \frac{1}{2} m v^2 \sin^2\theta \sin^2\phi$$

d'où l'on tire

$$v = \left(\frac{2 E_x}{m}\right)^{1/2} \frac{1}{\sin\theta \sin\phi} \quad \text{et} \quad dv = \frac{\frac{dE_x}{m \sin^2\theta \sin^2\phi}}{\left(\frac{2 E_x}{m \sin^2\theta \sin^2\phi}\right)^{1/2}}$$

Le nombre de particules dv qui ont frappé la membrane avec une énergie comprise entre E_x et $E_x + dE_x$ est alors

$$dv = \frac{2n}{m \alpha^2 \beta \pi^{3/2}} E_x dE_x \int_0^\pi d\phi \int_0^\pi \exp\left[-\frac{2 E_x}{m \sin^2\phi} \left(\frac{1}{\alpha^2} + \frac{\cos^2\theta}{\beta^2 \sin^2\theta}\right)\right] \frac{d\theta}{\sin^3\phi \sin^2\theta}$$

que l'on peut encore écrire

$$dv = \frac{2n}{m^2 \alpha^2 \beta \pi^{3/2}} E_x dE_x \int_0^\pi \frac{d\phi}{\sin^3 \phi} \exp\left(-\frac{2 E_x}{m \alpha^2 \sin^2 \phi}\right) \int_0^\pi \exp\left(-\frac{2 E_x}{m \beta^2 \sin^2 \phi} \frac{\cos^2 \theta}{\sin^2 \theta}\right) \frac{d\theta}{\sin^2 \theta}$$

Cette expression s'intègre analytiquement par rapport à θ en faisant le changement de variable

$$\frac{\cos \theta}{\sin \theta} = x \quad \frac{d\theta}{\sin^2 \theta} = dx$$

d'où l'on tire

$$dv = \frac{2n}{\alpha^2 \beta \pi^{3/2} m^2} \left(\frac{\pi m}{2 E_y}\right)^{1/2} \beta E_x dE_x \int_0^\pi \frac{d\phi}{\sin^2 \phi} \exp\left(-\frac{2 E_x}{m \alpha^2 \sin^2 \phi}\right)$$

que l'on peut aussi intégrer par rapport à ϕ en posant

$$\tan \phi = y \quad \sin^2 \phi = \frac{y^2}{1+y^2} \quad (1+y^2) d\phi = dy$$

On obtient alors

$$dv = \frac{2n}{\alpha^2 \beta \pi^{3/2} m^2} \left(\frac{\pi m}{2 E_y}\right)^{1/2} \alpha \left(\frac{\pi m}{2 E_x}\right)^{1/2} \beta E_x \exp\left(-\frac{2 E_y}{m \alpha^2}\right) dE_x$$

Soit finalement

$$\boxed{dv = \frac{n}{\alpha \pi^{1/2} m} \exp\left(-\frac{2 E_x}{m \alpha^2}\right) dE_x} \quad (1)$$

ANNEXE V

--:--:--:--

DETERMINATION THEORIQUE DES FLUCTUATIONS DE CONDUCTANCE

On sait que si $C(t)$ est la conductance de la cellule à l'instant t , le conductimètre CD7 donne en sortie une tension sinusoïdale x de pulsation ω

$$x = C(t) \sin \omega t = C(t) \cdot b(t)$$

Le problème est de déterminer la densité de probabilité $R(x)$ de x connaissant celle de $C(t)$ et de $b(t)$.

1 - DENSITE DE PROBABILITE $Q(b)$ DE L'OSCILLATEUR HARMONIQUE $b(t) = \sin \omega t$

Nous avons $b = \sin \omega t$ donc $\frac{db}{dt} = \omega \cos \omega t = \omega \sqrt{1 - b^2}$

d'où
$$dt = \frac{db}{\omega \sqrt{1 - b^2}}$$

dt est donc le temps que passe b entre les limites b et $b + db$. La probabilité de trouver b entre ces deux limites est évidemment proportionnelle au temps dt passé par b entre ces deux limites. On peut donc écrire

$$Q(b) db = \lambda \frac{db}{\omega \sqrt{1 - b^2}}$$

La valeur du coefficient λ s'obtient en écrivant que pendant une demi période π/ω la probabilité de trouver b entre b et $b + db$ est égale à 1 :

$$Q(b) db = \frac{dt}{\frac{\pi}{\omega}} \quad \text{d'où} \quad \lambda = \frac{\omega}{\pi}$$

et
$$Q(b) = \frac{1}{\pi \sqrt{1 - b^2}}$$

2 - DENSITE DE PROBABILITE $R(x)$ de x

Nous avons $x = C \cdot b$

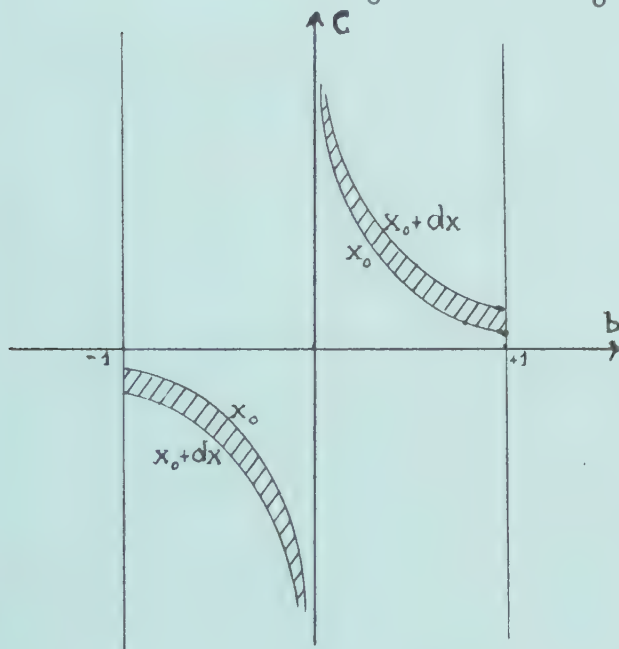
C et b sont deux variables que l'on supposera indépendantes.

$$P(C) = \text{densité de probabilité de } C = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{C - \bar{C}}{\sigma} \right)^2 \right]$$

$$Q(b) = \text{densité de probabilité de } b = \frac{1}{\pi \sqrt{1 - b^2}} \quad \text{avec } |b| < 1$$

La densité de probabilité $R(x)$ de x est définie par

$$R(x_0) dx = \text{Prob}(x_0 < x < x_0 + dx)$$



Dans le plan de coordonnées C et b , considérons les deux hyperboles $Cb = x_0$ et $Cb = x_0 + dx$.

La densité de probabilité $D(C, b)$ du couple (C, b) est

$$D(C, b) = P(C) \cdot Q(b)$$

car C et b sont supposés indépendants. Alors, la densité de probabilité $R(x)$ de x est telle que

$$R(x_0) dx = \iint_D P(C) Q(b) dC \cdot db$$

Le domaine D est le domaine hachuré limité par les deux hyperboles $Cb = x_0$ et $Cb = x_0 + dx$ et les droites $b = 1$ et $b = -1$.

On peut donc écrire

$$R(x_0) dx = \int_{-x_0}^{-\infty} dC \int_{\frac{x_0}{C}}^{\frac{x_0+dx}{C}} P(C) Q(b) db + \int_{\infty}^{x_0} dC \int_{\frac{x_0}{C}}^{\frac{x_0+dx}{C}} P(C) Q(b) db$$

en appliquant la formule de la moyenne, on obtient

$$R(x_0) dx = \int_{-x_0}^{-\infty} P(C) Q\left(\frac{x_0}{C}\right) \frac{dC}{C} dx + \int_{\infty}^{x_0} P(C) Q\left(\frac{x_0}{C}\right) \frac{dC}{C} dx$$

D'où l'on déduit la densité de probabilité $R(x)$ de x

$$R(x) = \int_{-x}^{-\infty} P(C) Q\left(\frac{x}{C}\right) \frac{dC}{C} + \int_{+\infty}^x P(C) Q\left(\frac{x}{C}\right) \frac{dC}{C} \quad (1)$$

et si l'on fait la substitution de variable $C = \frac{x}{b}$, on obtient

$$R(x) = \int_{-1}^0 P\left(\frac{x}{b}\right) Q(b) \frac{db}{b} + \int_0^1 P\left(\frac{x}{b}\right) Q(b) \frac{db}{b} \quad (2)$$

$$\text{Avec } P(C) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{C - \bar{C}}{\sigma}^2\right] \quad \text{et} \quad Q(b) = \frac{1}{\pi \sqrt{1 - b^2}}$$

On peut vérifier facilement que $R(x)$ est normée, c'est-à-dire que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} R(x) dx = 1 = 2 \int_0^{\infty} R(x) dx$$

car $R(x)$ est une fonction paire de x .

De la formule (2), on tire :

$$\int_0^{\infty} R(x) dx = \int_0^{\infty} \int_{-1}^0 P\left(\frac{x}{b}\right) Q(b) \frac{db}{b} dx + \int_0^{\infty} \int_0^1 P\left(\frac{x}{b}\right) Q(b) \frac{db}{b} dx$$

que l'on peut écrire, en changeant x en $-x$

$$\int_0^{\infty} R(x) dx = \int_0^1 Q(b) \frac{db}{b} \left[\int_{-\infty}^0 P\left(\frac{x}{b}\right) dx + \int_0^{\infty} P\left(\frac{x}{b}\right) dx \right]$$

et en posant $\frac{x}{b} = C$ $dx = b dC$, on obtient

$$2 \int_0^{\infty} R(x) dx = 2 \int_0^1 Q(b) \frac{db}{b} \int_{-\infty}^{+\infty} P(C) b dC = 2 \int_0^1 Q(b) db = 1$$

3 - CALCUL DES PARAMETRES $\bar{C}$ ET σ A PARTIR DES RESULTATS EXPERIMENTAUX

En faisant le changement de variable $b = \sin\theta$ dans la formule (2) on obtient

$$R(x) = \frac{1}{\sigma\pi\sqrt{2\pi}} \left[\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{C}}{\sigma}\sin\theta\right)^2\right] \frac{d\theta}{\sin\theta} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\bar{C}}{\sigma}\sin\theta\right)^2\right] \frac{d\theta}{\sin\theta} \right] \quad (3)$$

Pour des valeurs de x strictement positives, l'intégrale donnée par la formule (3) peut se calculer numériquement pour un couple de valeurs $(\bar{C}, \sigma)$ donné.

La figure (V-1) donne une série de courbes $y = R(x)$ pour différentes valeurs de $\bar{C}$ et σ .

4 - VERIFICATION DES RESULTATS OBTENUS POUR $\bar{C}$ ET σ

Le calcul de $R(x)$ par l'intégrale (2) étant très imprécis pour les valeurs de x voisines de zéro, on ne peut pas calculer $R(x)$ en chaque point. Cependant, on peut calculer $R(0)$ théoriquement à partir des valeurs de $\bar{C}$ et σ obtenues, et vérifier si cette valeur correspond bien à la valeur expérimentale:

L'équation (1) permet d'écrire :

$$R(0) = \int_0^{-\infty} P(C) Q(0) \frac{dC}{C} + \int_0^{\infty} P(C) Q(0) \frac{dC}{C}$$

en changeant C en $-C$ dans la première intégrale, on obtient

$$R(0) = \int_0^{\infty} P(-C) Q(0) \frac{dC}{C} - \int_0^{\infty} P(C) Q(0) \frac{dC}{C}$$

soit

$$R(0) = \frac{1}{\sigma\pi\sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{C+\bar{C}}{\sigma}\right)^2\right] - \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{C-\bar{C}}{\sigma}\right)^2\right] \frac{dC}{C}$$

soit encore :

$$R(0) = \frac{1}{\sigma\pi\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{\bar{C}^2}{\sigma^2}\right) \int_0^{\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}\frac{C^2}{\sigma^2}\right) \left[\exp\left(\frac{C\bar{C}}{\sigma^2}\right) - \exp\left(-\frac{C\bar{C}}{\sigma^2}\right) \right] \frac{dC}{C}$$

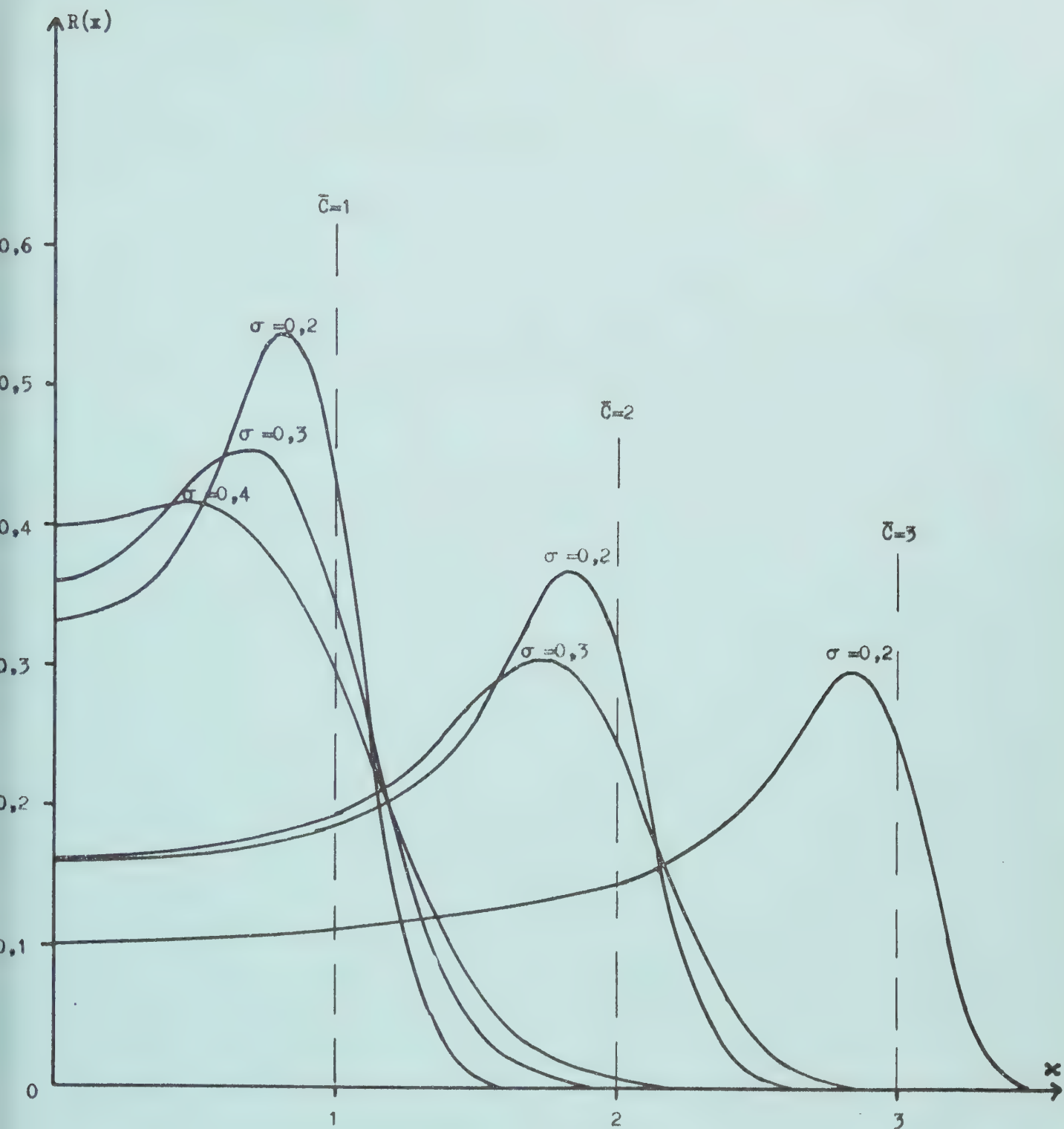


FIGURE -V-1- Exemples de courbes théoriques $y = R(x)$ pour différentes valeurs de $\bar{C}$ et σ

A partir de cette expression, on démontre que l'on peut mettre $R(0)$ sous la forme d'un développement en série :

$$R(0) = \frac{\bar{C}}{\sigma^2 \pi} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{(2n+1)(2n-1)(2n-3)\dots(3)(1)} \left(\frac{\bar{C}}{\sigma}\right)^{2n}$$

La série $S(X)$ de terme général $u_n = (-1)^n \frac{1}{(2n+1)(2n-1)\dots(3)(1)} X^{2n}$ est une série alternée qui converge très lentement pour les grandes valeurs de X , on ne peut donc pas la calculer numériquement. Cependant, un calcul simple montre que $S(X)$ vérifie l'équation différentielle

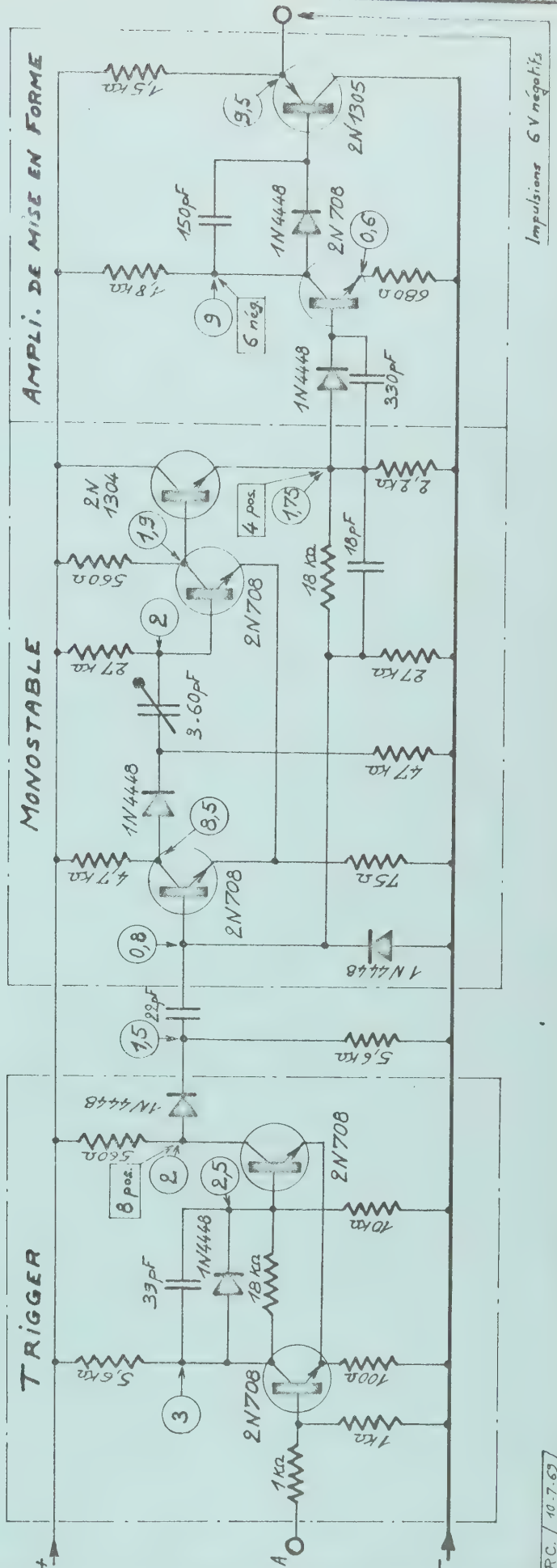
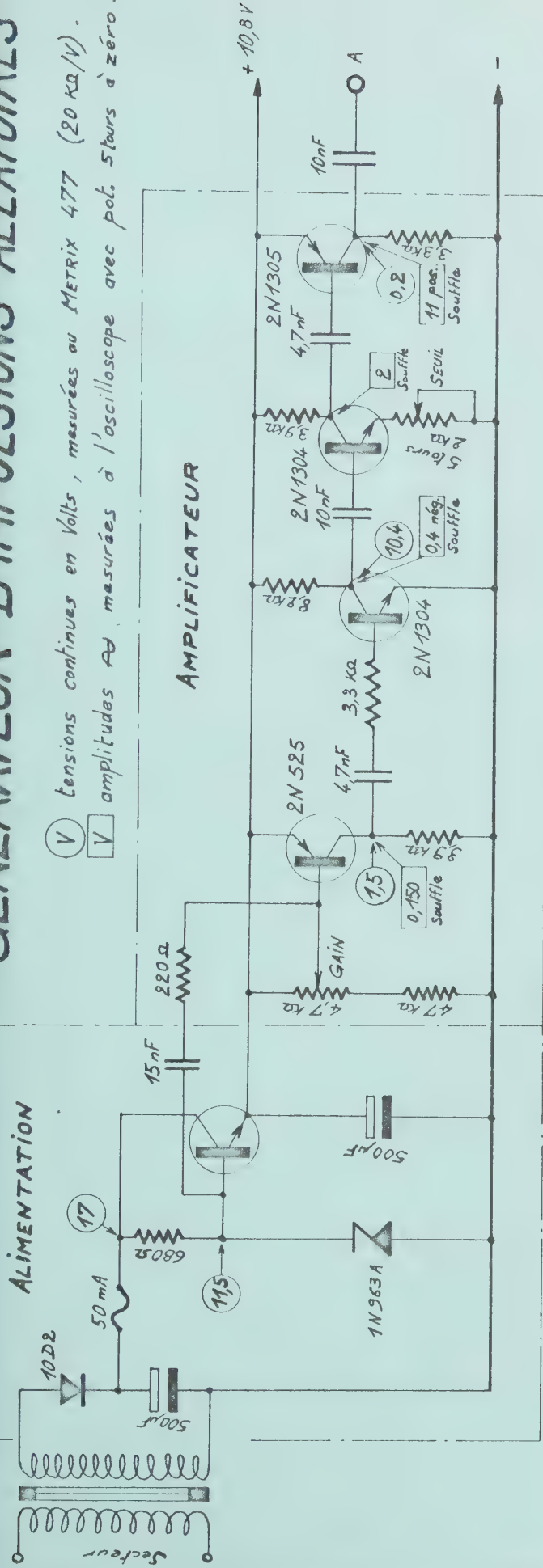
$$(X^2 + 1) S(X) + X S'(X) = 1 \quad \text{avec } S(0) = 1 \\ S'(0) = 0$$

Cette équation différentielle s'intègre numériquement par la méthode de KUTTA - RUNGE, et on obtient finalement

$$R(0) = \frac{\bar{C}}{\sigma^2 \pi} S\left(\frac{\bar{C}}{\sigma}\right)$$

GENERATEUR D'IMPULSIONS ALEATOIRES

ALIMENTATION



ANNEXE VI

-:-:-:-

FLUCTUATIONS DE CONDUCTANCE

Billes de verre
 $dg = 596 \mu$ $\rho_S = 2,706 \text{ g/cm}^3$

u cm/s	ϵ	Petite sonde V = 1,84 cm ³		Grosse sonde V = 5,38 cm ³	
		$\Delta\epsilon/\epsilon$ %	$\Delta N/N$ %	$\Delta\epsilon/\epsilon$ %	$\Delta N/N$ %
1,08	0,498	2,24	2,22	1,26	1,25
1,55	0,554	2,71	3,37		
2,04	0,608	3,38	5,24	2,09	3,24
2,54	0,650	3,65	6,77	2,01	3,73
3,07	0,691	3,67	8,20	2,24	5,01
3,62	0,731	3,55	9,66	2,06	5,61
4,18	0,767	3,44	11,34	1,83	6,03
4,75	0,799	3,25	12,92	1,78	7,07
5,70	0,850	2,81	15,95	1,59	9,02

Billes de verre
 $dg = 800 \mu$ $\rho_S = 2,65 \text{ g/cm}^3$

u cm/s	ϵ	Petite sonde V = 1,84 cm ³		Grosse sonde V = 5,38 cm ³	
		$\Delta\epsilon/\epsilon$ %	$\Delta N/N$ %	$\Delta\epsilon/\epsilon$ %	$\Delta N/N$ %
1,55	0,479	2,20	2,02	1,07	0,987
2,04	0,530	2,87	3,24	1,38	1,55
2,54	0,571	3,13	4,16	1,94	2,59
3,34	0,625	3,73	6,22	2,15	3,58
4,18	0,672	3,92	8,04	2,30	4,70
4,75	0,703			2,22	5,26
5,70	0,743	3,54	10,22	2,16	6,24
7,30	0,813	3,13	13,60	1,89	8,21
8,12	0,847	2,93	16,23	1,82	10,09

Billes de verre
 $dg = 1040 \mu$ $\rho_S = 2,78 \text{ g/cm}^3$

u cm/s	ϵ	Petite sonde V = 1,84 cm ³		Grosse sonde V = 5,38 cm ³	
		$\Delta\epsilon/\epsilon$ %	$\Delta N/N$ %	$\Delta\epsilon/\epsilon$ %	$\Delta N/N$ %
1,55	0,452	1,15	0,947	0,388	0,320
2,04	0,487	1,67	1,59	0,990	0,940
2,54	0,524	2,66	2,92	1,22	1,34
3,07	0,559	2,70	3,43		
3,62	0,592	3,41	4,94	2,22	3,22
4,18	0,622	3,72	6,12	2,19	3,61
4,75	0,650	3,97	7,38	2,36	4,38
5,70	0,698	3,97	9,18	2,42	5,61
7,30	0,748	3,96	11,76		
9,00	0,810	3,45	14,72	2,13	9,08
9,80	0,835	3,00	15,28	1,86	9,42

Billes de verre
 $dg = 1490 \mu$ $\rho_S = 2,49 \text{ g/cm}^3$

u cm/s	ϵ	Petite sonde V = 1,84 cm ³		Grosse sonde V = 5,38 cm ³	
		$\Delta\epsilon/\epsilon$ %	$\Delta N/N$ %	$\Delta\epsilon/\epsilon$ %	$\Delta N/N$ %
2,30	0,454	2,74	2,28	1,18	0,985
3,07	0,502	3,07	3,10	1,93	1,95
3,62	0,531	3,56	4,04	2,01	2,27
4,75	0,587	4,04	5,74	2,52	3,58
5,70	0,618	4,38	7,08	2,57	4,16
7,30	0,692	4,49	10,09	2,79	6,26
9,80	0,767	3,96	13,04	2,55	8,38
11,0	0,795	3,75	14,54		

ANNEXE VII

-:-:-:-

TRANSFERT DE MATIERE ENTRE LE FLUIDE

ET UNE PAROI IMMERGEE DANS LE LIT

1 - MONTAGE EXPERIMENTAL

La figure VII - 1 montre le schéma du montage utilisé pour la détermination du coefficient de transfert de matière k :

- Dans la couche fluidisée est plongé un ensemble comprenant :

- a) Une anode en nickel, légèrement incurvée, ayant une surface de 20 cm^2 environ
- b) Une petite cathode cylindrique de 4,5 mm de diamètre et de longueur variable (1, 2 ou 3 cm)
- c) Un tube capillaire permettant un écoulement très lent de la solution saturée de KCl provenant de l'électrode à calomel placée à l'extérieur de la colonne de fluidisation.

- Un voltmètre numérique à 5 digits permet de connaître par l'intermédiaire d'un contacteur à trois positions les trois grandeurs suivantes :

- Position 01 - Tension totale V entre anode et cathode
- Position 02 - Tension de référence V_{CR} entre la cathode et l'électrode au calomel
- Position 03 - Tension numériquement égale au courant i qui traverse le circuit anode-cathode (Cette tension est prise aux bornes d'une résistance étalon de 1Ω en série dans le circuit).

2 - DETERMINATION DU COEFFICIENT DE TRANSFERT DE MATIERE

21 - MODE OPERATOIRE

211 - Détermination du palier des courbes $i = f(V)$

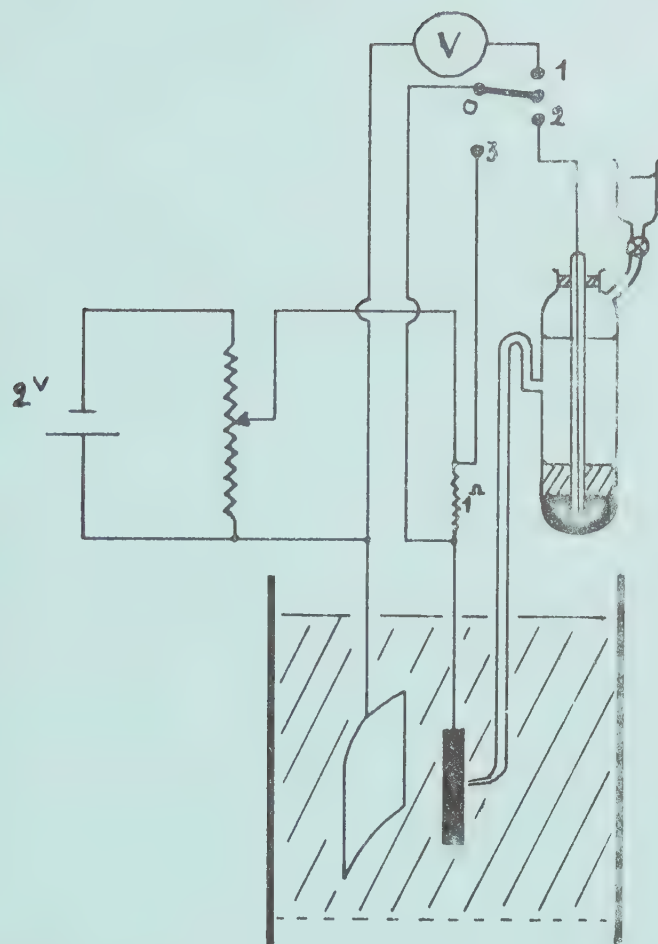


Figure VII - 1

Schéma du montage
pour la mesure
du courant limite i_L

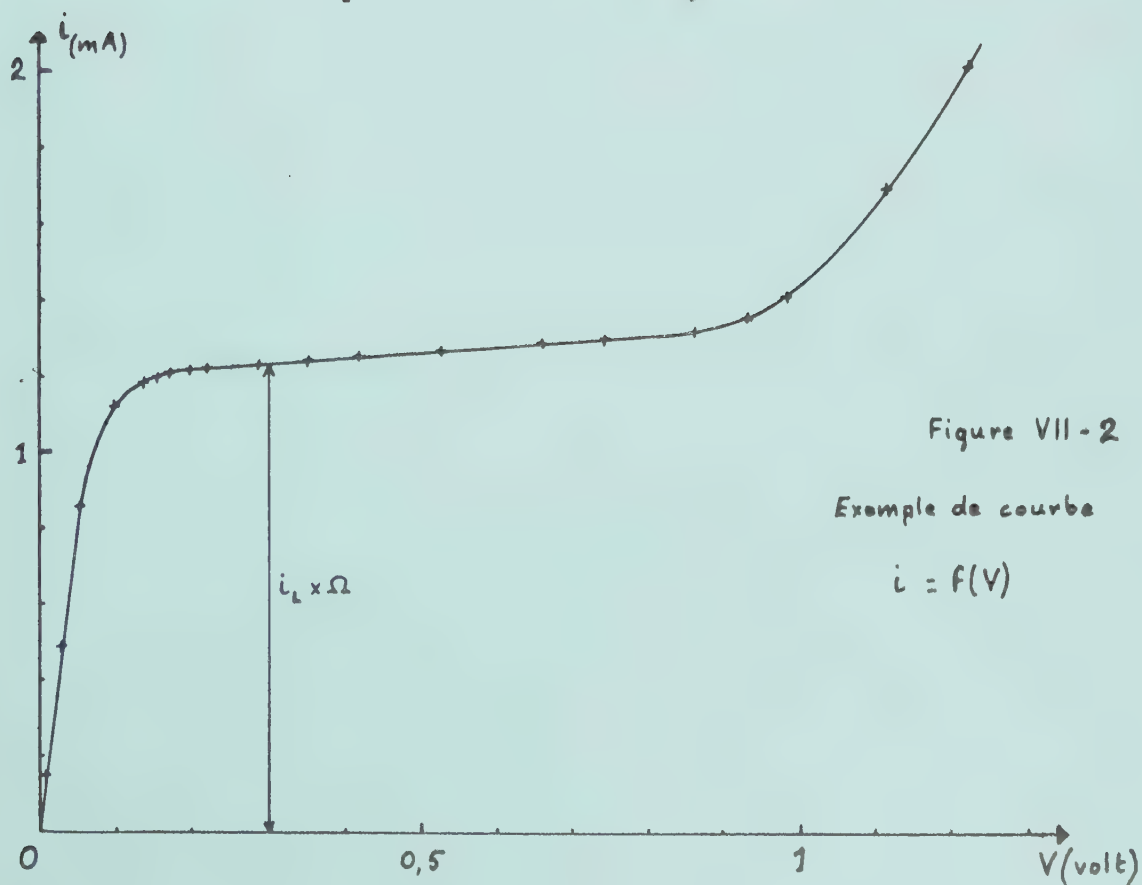


Figure VII - 2

Exemple de courbe

$$i = f(V)$$

L'ensemble anode cathode étant plongé dans la couche fluidisée, on fait varier très lentement, par petits incréments la tension V d'électrolyse et on note le courant i correspondant. La figure VII - 2 donne un exemple de courbe ainsi obtenue. On remarque l'apparition d'un palier légèrement incliné entre 0,2 V et 0,9 V. On fixe alors la tension d'électrolyse à 0,3 V et on mesure la hauteur $i_L \times \Omega$ du palier pour chaque cas étudié.

212 - Contrôle du titre de l'électrolyte

Au cours des expériences que nous avons faites, nous avons constaté que le titre en ferricyanure de potassium baissait considérablement au bout de 5 à 6 jours, si bien qu'aucune mesure ne paraissait reproductible. La décomposition du ferricyanure étant principalement provoquée par l'action de la lumière, nous avons dû rendre d'une part l'appareil étanche à la lumière, et d'autre part contrôler le titre en ferricyanure.

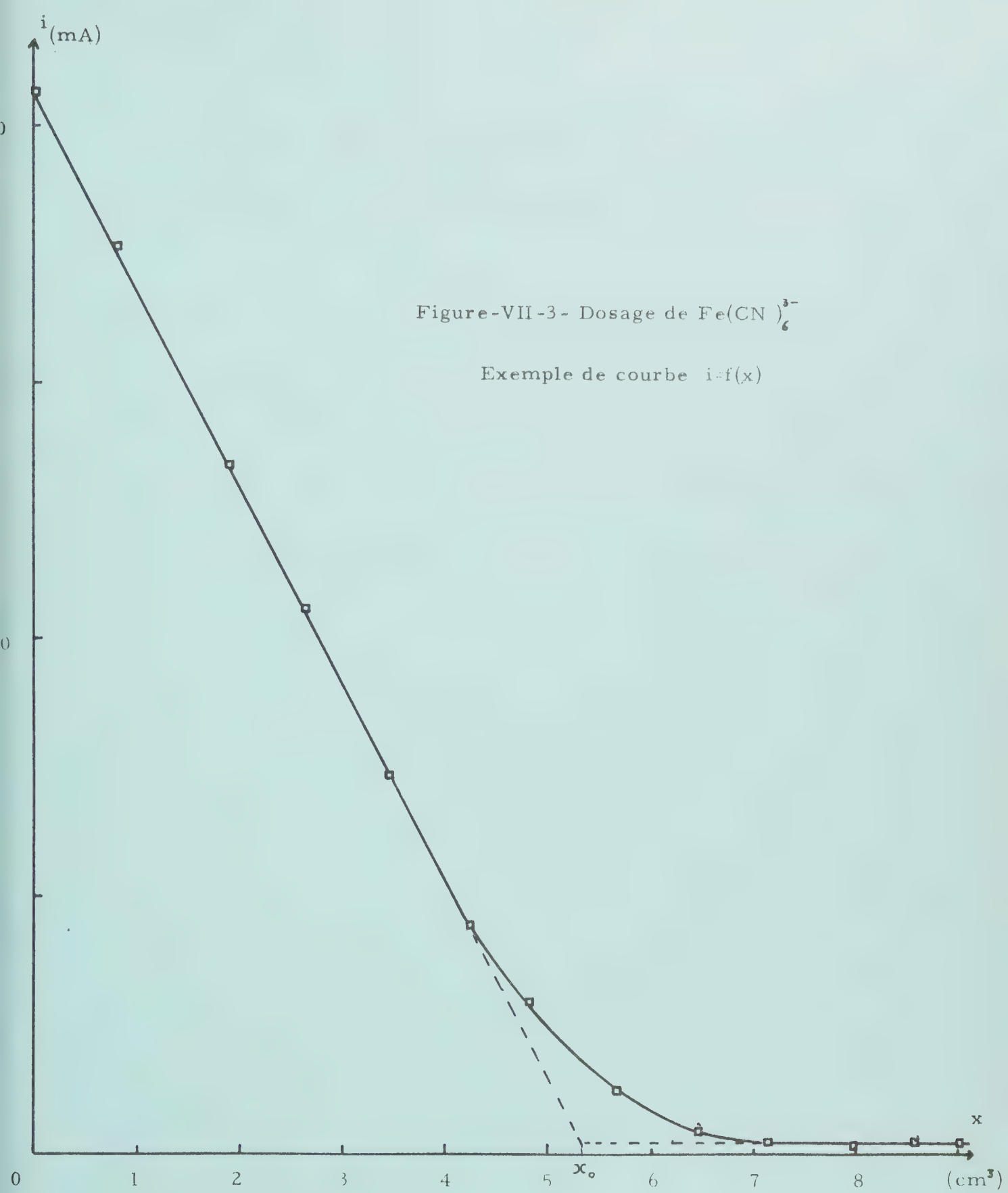
Le contrôle du titre en $\text{Fe}(\text{CN})_6^{3-}$ se faisait par dosage ampérométrique du fer ferrique par le sulfate de cobalt suivant le schéma



Dans un bécher contenant 25 cm³ de la solution à doser, on ajoute environ 5 g de chlorure d'ammonium pour tamponner la solution à $\text{pH} = 10$ environ. Un système anode-cathode identique à celui utilisé pour la mesure de $i_L \times \Omega$ est alors plongé dans ce bécher. Ayant fixé la tension d'électrolyse à $V = 0,3$ V comme précédemment, on trace la courbe $i = f(x)$ x étant le nombre de cm³ de la solution titrée de SO_4Co que l'on a versé. La figure VII - 3 montre que cette courbe comporte deux portions rectilignes qui se coupent en un point dont l'abscisse x_0 correspond au point de virage.

A l'aide de cette méthode, nous avons pu constater, une fois l'appareil mis à l'abri de la lumière, que le titre en ferricyanure restait constant pendant 5 à 6 jours, puis dérivait assez rapidement :

	1er jour	2° jour	3° jour	4° jour
x_0 (cm ³)	5,30 ± 0,05	5,30 ± 0,05	5,30 ± 0,05	5,30 ± 0,05
	5° jour	6° jour	7° jour	8° jour
x_0 (cm ³)	5,30 ± 0,05	5,20 ± 0,05	5,00 ± 0,05	4,55 ± 0,05



22 - CALCUL DU COEFFICIENT DE TRANSFERT DE MATIERE k

COEURET a montré que le coefficient de transfert de matière k entre le fluide et la cathode de surface Ω était lié à la densité du courant limite i_L par la relation

$$k = \frac{i_L}{nF C_S}$$

où C_S est la concentration des ions réactifs au sein de l'électrolyse
 nF est le nombre de Faraday mis en jeu par ion réagissant.

Les mesures ont été effectuées pour chaque lot ou grains, en faisant varier la porosité du minimum de fluidisation ε_{mf} à $\varepsilon = 0,800$ environ et ceci avec des électrodes ayant respectivement 1, 2 et 3 cm de longueur.

La mesure de $i = i_L \times \Omega$ pour chacune des électrodes nous a permis de constater que i_L était constant pour un lot de grains et une porosité donnés.

Le tableau suivant donne la moyenne des résultats obtenus avec l'électrode de 2 cm, cette moyenne étant faite sur plus de 30 valeurs de $i = i_L \times \Omega$.

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Cathode : $\varnothing = 0,45 \text{ cm}$
 $l = 2 \text{ cm}$ $\Omega = 2,827 \text{ cm}^2$

Titre molaire en
ferricyanure : 0,00571 M/l

Verre 596 μ			Verre 843 μ			Verre 1040 μ			Verre 1490 μ		
ϵ	$i_L \cdot \Omega$ (mA)	$k \times 10^3$ (cm/s)	ϵ	$i_L \cdot \Omega$ (mA)	$k \times 10^3$ (cm/s)	ϵ	$i_L \cdot \Omega$ (mA)	$k \times 10^3$ (cm/s)	ϵ	$i_L \cdot \Omega$ (mA)	$k \times 10^3$ (cm/s)
0,390	2,64	1,70	0,390	2,86	1,84	0,390	2,74	1,76	0,390	3,33	2,13
0,422	3,08	1,98	0,419	3,50	2,25	0,404	2,99	1,92	0,407	3,88	2,49
0,444	3,40	2,18	0,445	3,57	2,29	0,427	3,67	2,36	0,428	4,20	2,69
0,468	3,79	2,44	0,469	4,47	2,87	0,448	4,16	2,67	0,443	4,37	2,80
0,487	4,34	2,79	0,491	4,79	3,08	0,469	4,26	2,73	0,462	4,91	3,15
0,508	4,40	2,82	0,502	4,73	3,03	0,488	4,96	3,18	0,482	5,42	3,48
0,525	4,37	2,80	0,512	4,69	3,01	0,503	5,41	3,47	0,490	5,43	3,49
0,550	4,39	2,81	0,534	4,61	2,96	0,525	5,35	3,43	0,498	5,62	3,61
0,582	4,32	2,77	0,553	4,55	2,92	0,543	5,16	3,31	0,513	5,52	3,54
0,606	4,26	2,73	0,573	4,54	2,91	0,559	5,05	3,24	0,527	5,43	3,48
0,631	4,27	2,74	0,611	4,48	2,88	0,577	4,94	3,17	0,545	5,31	3,41
0,675	4,21	2,70	0,643	4,47	2,87	0,610	4,86	3,12	0,574	5,15	3,30
0,714	4,17	2,67	0,676	4,40	2,82	0,639	4,77	3,06	0,603	5,10	3,27
0,757	4,12	2,64	0,704	4,38	2,81	0,670	4,73	3,03	0,646	5,01	3,21
0,797	4,10	2,63	0,753	4,25	2,73	0,712	4,69	3,01	0,713	4,85	3,11
0,822	3,95	2,53	0,792	4,19	2,69	0,741	4,62	2,96	0,766	4,65	2,99
			0,821	4,11	2,64	0,771	4,55	2,92	0,814	4,47	2,87
						0,825	4,35	2,79			

En fût vide					
u cm/s	$i_L \cdot \Omega$ (mA)	$k \times 10^3$ (cm/s)	u cm/s	$i_L \cdot \Omega$ (mA)	$k \times 10^3$ (cm/s)
0	0,182	0,117	3,07	0,776	0,498
0,84	0,530	0,341	3,62	0,834	0,536
1,08	0,544	0,350	4,18	0,865	0,556
1,30	0,567	0,365	4,75	0,920	0,592
1,55	0,597	0,384	5,70	0,940	0,605
1,80	0,627	0,403	7,30	1,06	0,682
2,04	0,660	0,424	9,00	1,18	0,760
2,30	0,690	0,444	10,8	1,24	0,798
2,54	0,724	0,465	12,7	1,36	0,875

ANNEXE VIII

-:-:-:-

REMARQUES CONCERNANT LE CALCUL DU LIBRE PARCOURS MOYEN

D'UNE PARTICULE DANS LE MODELE A "CAGE"

Dans la première partie de ce travail (paragraphe 3 page I - 47) ainsi qu'aux paragraphes 2321 et 2322 de la IIIème partie, nous avons utilisé un modèle grossier permettant de calculer le libre parcours moyen d'une particule ou d'un "paquet" de particules, en considérant la tessélation désordonnée de l'espace.

Nous avons abouti aux relations suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} \text{page I - 47} \quad \lambda = d_c - 2 d_g = 2 d_g \left[\sqrt{\frac{3(1-\epsilon_{mf})}{1-\epsilon}} - 1 \right] \\ \quad \text{libre parcours} \\ \quad \text{moyen d'une particule} \\ \\ \text{paragraphe 2322} \quad \lambda_p = (d_c)_p - 2 d_p = 2 d_p \left[\sqrt{\frac{3(1-\epsilon_{mf})}{1-\epsilon}} - 1 \right] \\ \quad \text{Libre parcours} \\ \quad \text{moyen d'un paquet} \\ \\ \text{paragraphe 2321} \quad \sigma = \frac{\pi}{4} d_c^2 = \frac{\pi}{4} \left[2 d_g \sqrt{\frac{3(1-\epsilon_{mf})}{1-\epsilon}} \right]^2 \\ \quad \text{Surface spécifique} \\ \quad \text{d'une cage} \end{array} \right\} \text{ Avec } \epsilon_{mf} = 0,40$$

Les deux premières formules ont l'avantage de donner les valeurs

$$\begin{array}{ll} \lambda = 0 & \text{pour } \epsilon = \epsilon_{mf} \\ \lambda \rightarrow \infty & \text{pour } \epsilon \rightarrow 1 \end{array}$$

Ce qui correspond bien à la réalité.

Cependant, dans ces relations, on constate que la quantité $\frac{1}{1-\epsilon}$ intervient à la puissance 1/3 quand il s'agit d'une longueur (λ) et à la puissance 2/3 quand il s'agit d'une surface (σ).

Or, dans un milieu poreux, le théorème de DUPUIT-FORSHEIMER implique l'égalité de la porosité moyenne en volume $\bar{\epsilon}_v$ et de la porosité

moyenne en surface $\bar{\epsilon}_s$.

La démonstration en est simple :

La porosité de volume ϵ_v est le rapport du volume de vide au volume total.

Si on coupe le milieu poreux par une surface S , la porosité de surface ϵ_s est le rapport de la surface de vide à la surface totale.

Si le milieu poreux est totalement désordonné (au hasard), aucune section plane S_i n'est privilégiée, et on aura

$$\bar{\epsilon}_{s1} = \bar{\epsilon}_{s2} = \bar{\epsilon}_{s3} = \dots = \bar{\epsilon}_{si} = \bar{\epsilon}_{sn}$$

C'est-à-dire que la porosité moyenne de surface est constante et égale à $\bar{\epsilon}_s$.

Alors

$$\bar{\epsilon}_v = \frac{\int_0^L \bar{\epsilon}_s \cdot S \cdot dx}{S \cdot L} = \bar{\epsilon}_s$$

Cette démonstration est applicable à la porosité linéaire moyenne $\bar{\epsilon}_L$ d'une droite quelconque située dans une section S quelconque

On peut donc écrire

$$\bar{\epsilon}_v = \bar{\epsilon}_s = \bar{\epsilon}_L = \epsilon$$

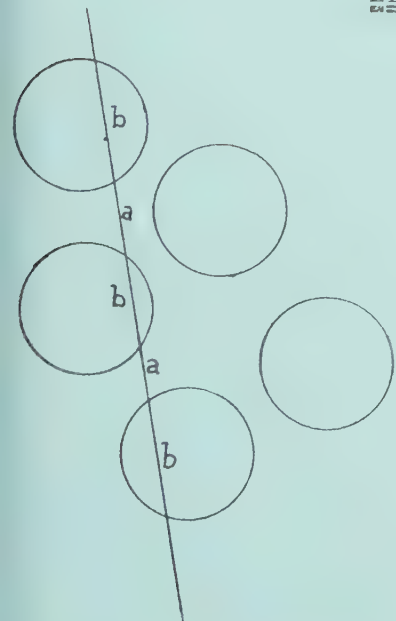
Libre parcours moyen

Considérons alors un milieu poreux de porosité ϵ constitué par des billes de diamètre d_g , et imaginons une droite quelconque coupant ce milieu poreux. La porosité linéaire sur cette droite sera

$$\epsilon_L = \frac{\bar{a}}{\bar{a} + \bar{b}}$$

$\bar{b}$ étant la valeur moyenne des longueurs des cordes situées sur la droite, et $\bar{a}$ la valeur moyenne de la longueur des segments de droite compris entre deux sphères consécutives.

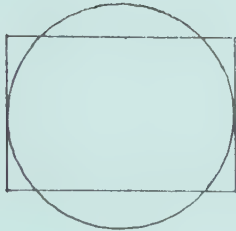
$\bar{a}$ est donc la distance moyenne qui sépare deux sphères c'est donc le libre parcours moyen " λ " d'une particule



et on peut écrire puisque $\varepsilon_L = \varepsilon$

$$= \frac{\lambda}{\lambda + \bar{b}} \quad \text{d'où } \lambda = \frac{\bar{b} \varepsilon}{1 - \varepsilon}$$

Déterminons $\bar{b}$



C'est la longueur moyenne des cordes déterminées par une sphère sur une droite se déplaçant parallèlement à elle-même.

$\bar{b}$ est donc équivalent à la hauteur du cylindre de révolution de section égale à la surface d'un grand cercle de la sphère, et de volume égal à celui de la sphère :

soit

$$\bar{b} = \pi \frac{d_g^3}{6} \bigg/ \pi \frac{d_g^2}{4} = \frac{2}{3} d_g$$

On en déduit alors

$$\lambda = \frac{2}{3} d_g \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon}$$

Dans cette relation, on voit que la quantité $\frac{1}{1 - \varepsilon}$ intervient à la puissance 1 pour une longueur.

Mais si on a bien $\lambda \rightarrow \infty$ pour $\varepsilon \rightarrow 1$

Par contre $\lambda = 0$ pour $\varepsilon = \varepsilon_{mf}$

Ce qui est contraire à la réalité, car au minimum de fluidisation, les particules ne peuvent bouger, et leur libre parcours moyen est nul ($\lambda = 0$).

Par conséquent, si les formules que nous avons données dans le modèle à "cage" pour le calcul de λ (page I - 47 et paragraphe 2322) semblent en contradiction avec le théorème de DUPUIT, elles présentent l'avantage de correspondre au phénomène physique. C'est pourquoi nous les avons admises, en considérant d'autre part que notre modèle est très approximatif.

NOM DE L'ETUDIANT : BORDET Jacques

Nature de la thèse : Docteur ès sciences appliquées

Vu, Approuvé

et Permis d'imprimer

NANCY, le 3 AVRIL 1970

Le Doyen,



J. AUBRY

Cet exemplaire est imprimé
à des fins particulières et ne
peut en aucun cas être vendu.

Achévé d'imprimer le 27 Avril 1970
à l'atelier de Documentation Universitaire
3, Rue Sellier, 3 — NANCY

Dépôt Légal N° 639 Faculté des Sciences Editeur
2ème trimestre 1970

RESULTATS EXPERIMENTAUX

Cathode : $\varnothing = 0,45 \text{ cm}$
 $l = 2 \text{ cm}$ $\Omega = 2,827 \text{ cm}^2$

Titre molaire en
ferricyanure : 0,00571 M/l

Verre 596 μ			Verre 843 μ			Verre 1040 μ			Verre 1490 μ		
ϵ	$i_{L.\Omega}$ (mA)	$k \times 10^3$ (cm/s)	ϵ	$i_{L.\Omega}$ (mA)	$k \times 10^3$ (cm/s)	ϵ	$i_{L.\Omega}$ (mA)	$k \times 10^3$ (cm/s)	ϵ	$i_{L.\Omega}$ (mA)	$k \times 10^3$ (cm/s)
0,390	2,64	1,70	0,390	2,86	1,84	0,390	2,74	1,76	0,390	3,33	2,13
0,422	3,08	1,98	0,419	3,50	2,25	0,404	2,99	1,92	0,407	3,88	2,49
0,444	3,40	2,18	0,445	3,57	2,29	0,427	3,67	2,36	0,428	4,20	2,69
0,468	3,79	2,44	0,469	4,47	2,87	0,448	4,16	2,67	0,443	4,37	2,80
0,487	4,34	2,79	0,491	4,79	3,08	0,469	4,26	2,73	0,462	4,91	3,15
0,508	4,40	2,82	0,502	4,73	3,03	0,488	4,96	3,18	0,482	5,42	3,48
0,525	4,37	2,80	0,512	4,69	3,01	0,503	5,41	3,47	0,490	5,43	3,49
0,550	4,39	2,81	0,534	4,61	2,96	0,525	5,35	3,43	0,498	5,62	3,61
0,582	4,32	2,77	0,553	4,55	2,92	0,543	5,16	3,31	0,513	5,52	3,54
0,606	4,26	2,73	0,573	4,54	2,91	0,559	5,05	3,24	0,527	5,43	3,48
0,631	4,27	2,74	0,611	4,48	2,88	0,577	4,94	3,17	0,545	5,31	3,41
0,675	4,21	2,70	0,643	4,47	2,87	0,610	4,86	3,12	0,574	5,15	3,30
0,714	4,17	2,67	0,676	4,40	2,82	0,639	4,77	3,06	0,603	5,10	3,27
0,757	4,12	2,64	0,704	4,38	2,81	0,670	4,73	3,03	0,646	5,01	3,21
0,797	4,10	2,63	0,753	4,25	2,73	0,712	4,69	3,01	0,713	4,85	3,11
0,822	3,95	2,53	0,792	4,19	2,69	0,741	4,62	2,96	0,766	4,65	2,99
			0,821	4,11	2,64	0,771	4,55	2,92	0,814	4,47	2,87
						0,825	4,35	2,79			

En fût vide					
u cm/s	$i_{L.\Omega}$ (mA)	$k \times 10^3$ (cm/s)	u cm/s	$i_{L.\Omega}$ (mA)	$k \times 10^3$ (cm/s)
0	0,182	0,117	3,07	0,776	0,498
0,84	0,530	0,341	3,62	0,834	0,536
1,08	0,544	0,350	4,18	0,865	0,556
1,30	0,567	0,365	4,75	0,920	0,592
1,55	0,597	0,384	5,70	0,940	0,605
1,80	0,627	0,403	7,30	1,06	0,682
2,04	0,660	0,424	9,00	1,18	0,760
2,30	0,690	0,444	10,8	1,24	0,798
2,54	0,724	0,465	12,7	1,36	0,875

ANNEXE VIII

---:---:---:---

REMARQUES CONCERNANT LE CALCUL DU LIBRE PARCOURS MOYEN

D'UNE PARTICULE DANS LE MODELE A "CAGE"

Dans la première partie de ce travail (paragraphe 3 page I - 47) ainsi qu'aux paragraphes 2321 et 2322 de la IIIème partie, nous avons utilisé un modèle grossier permettant de calculer le libre parcours moyen d'une particule ou d'un "paquet" de particules, en considérant la tessellation désordonnée de l'espace.

Nous avons abouti aux relations suivantes :

$$\left. \begin{array}{l} \text{page I - 47} \quad \lambda = d_c - 2 d_g = 2 d_g \left[\sqrt[3]{\frac{1-\epsilon_{mf}}{1-\epsilon}} - 1 \right] \\ \quad \text{libre parcours} \\ \quad \text{moyen d'une particule} \\ \\ \text{paragraphe 2322} \quad \lambda_p = (d_c)_p - 2 d_p = 2 d_p \left[\sqrt[3]{\frac{1-\epsilon_{mf}}{1-\epsilon}} - 1 \right] \\ \quad \text{Libre parcours} \\ \quad \text{moyen d'un paquet} \\ \\ \text{paragraphe 2321} \quad \sigma = \frac{\pi}{4} d_c^2 = \frac{\pi}{4} \left[2 d_g \sqrt[3]{\frac{1-\epsilon_{mf}}{1-\epsilon}} \right]^2 \\ \quad \text{Surface spécifique} \\ \quad \text{d'une cage} \end{array} \right\} \text{ Avec } \epsilon_{mf} = 0,40$$

Les deux premières formules ont l'avantage de donner les valeurs

$$\begin{array}{ll} \lambda = 0 & \text{pour } \epsilon = \epsilon_{mf} \\ \lambda \rightarrow \infty & \text{pour } \epsilon \rightarrow 1 \end{array}$$

Ce qui correspond bien à la réalité.

Cependant, dans ces relations, on constate que la quantité $\frac{1}{1-\epsilon}$ intervient à la puissance 1/3 quand il s'agit d'une longueur (λ) et à la puissance 2/3 quand il s'agit d'une surface (σ).

Or, dans un milieu poreux, le théorème de DUPUIT-FORSHEIMER implique l'égalité de la porosité moyenne en volume $\bar{\epsilon}_v$ et de la porosité

moyenne en surface $\bar{\epsilon}_s$.

La démonstration en est simple :

La porosité de volume ϵ_v est le rapport du volume de vide au volume total.

Si on coupe le milieu poreux par une surface S , la porosité de surface ϵ_s est le rapport de la surface de vide à la surface totale.

Si le milieu poreux est totalement désordonné (au hasard), aucune section plane S_i n'est privilégiée, et on aura

$$\bar{\epsilon}_{s1} = \bar{\epsilon}_{s2} = \bar{\epsilon}_{s3} = \dots = \bar{\epsilon}_{si} = \bar{\epsilon}_{sn}$$

C'est-à-dire que la porosité moyenne de surface est constante et égale à $\bar{\epsilon}_s$.

Alors

$$\bar{\epsilon}_v = \frac{\int_0^L \bar{\epsilon}_s \cdot S \cdot dx}{S \cdot L} = \bar{\epsilon}_s$$

Cette démonstration est applicable à la porosité linéaire moyenne $\bar{\epsilon}_L$ d'une droite quelconque située dans une section S quelconque

On peut donc écrire

$$\bar{\epsilon}_v = \bar{\epsilon}_s = \bar{\epsilon}_L = \epsilon$$

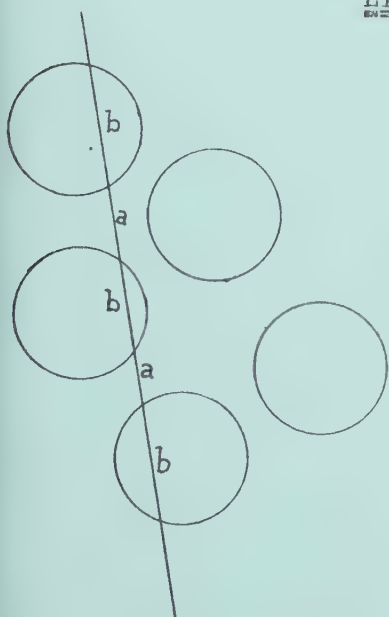
Libre parcours moyen

Considérons alors un milieu poreux de porosité ϵ constitué par des billes de diamètre d_g , et imaginons une droite quelconque coupant ce milieu poreux. La porosité linéaire sur cette droite sera

$$\epsilon_L = \frac{\bar{a}}{\bar{a} + \bar{b}}$$

$\bar{b}$ étant la valeur moyenne des longueurs des cordes situées sur la droite, et $\bar{a}$ la valeur moyenne de la longueur des segments de droite compris entre deux sphères consécutives.

$\bar{a}$ est donc la distance moyenne qui sépare deux sphères c'est donc le libre parcours moyen " λ " d'une particule

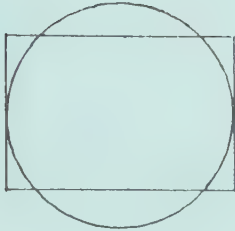


et on peut écrire puisque $\epsilon_L = \epsilon$

$$\lambda = \frac{\lambda}{\lambda + \bar{b}}$$

$$\text{d'où } \lambda = \frac{\bar{b} \epsilon}{1 - \epsilon}$$

Déterminons $\bar{b}$



C'est la longueur moyenne des cordes déterminées par une sphère sur une droite se déplaçant parallèlement à elle-même.

$\bar{b}$ est donc équivalent à la hauteur du cylindre de révolution de section égale à la surface d'un grand cercle de la sphère, et de volume égal à celui de la sphère :

soit

$$\bar{b} = \pi \frac{d_g^3}{6} \bigg/ \pi \frac{d_g^2}{4} = \frac{2}{3} d_g$$

On en déduit alors

$$\lambda = \frac{2}{3} d_g \frac{\epsilon}{1 - \epsilon}$$

Dans cette relation, on voit que la quantité $\frac{1}{1 - \epsilon}$ intervient à la puissance 1 pour une longueur.

Mais si on a bien $\lambda \rightarrow \infty$ pour $\epsilon \rightarrow 1$

Par contre $\lambda = 0$ pour $\epsilon = \epsilon_{mf}$

Ce qui est contraire à la réalité, car au minimum de fluidisation, les particules ne peuvent bouger, et leur libre parcours moyen est nul ($\lambda = 0$).

Par conséquent, si les formules que nous avons données dans le modèle à "cage" pour le calcul de λ (page I - 47 et paragraphe 2322) semblent en contradiction avec le théorème de DUPUIT, elles présentent l'avantage de correspondre au phénomène physique. C'est pourquoi nous les avons admises, en considérant d'autre part que notre modèle est très approximatif.

NOM DE L'ETUDIANT : BORDET Jacques

Nature de la thèse : Docteur ès sciences appliquées

Vu, Approuvé

et Permis d'imprimer

NANCY, le 3 AVRIL 1970

Le Doyen,



J. AUBRY

Cet exemplaire est imprimé
à des fins particulières et ne
peut en aucun cas être vendu.

Achévé d'imprimer le 27 Avril 1970
à l'atelier de Documentation Universitaire
3, Rue Sellier, 3 — NANCY

Dépôt Légal N° 639 Faculté des Sciences Editeur
2ème trimestre 1970

